Laboratorio di Ricerca Operativa

G. Liuzzi[1]

Venerdí 13 Marzo 2020

[1] Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR

Produzione di X

Una azienda manifatturiera produce un prodotto **X**.

È noto che possono essere vendute un massimo di 40 unità di X a settimana ad un prezzo di €270 ciascuna.

Per produrre una unità di X sono richiesti:

€100 di materiali grezzi,

1 ora di lavoro di un macchinario A,

2 ore di lavoro di un macchinario B.

Abbiamo materiali grezzi in quantità illimitata, ma

- solo 80 ore/sett. sulla macchina A ad un costo di €50/h, e
- solo 100 ore/sett. sulla macchina B ad un costo di €40/h.

Quale è il massimo ricavo settimanale e quanto si può produrre all'ottimo di X?

Produzione di X – formulazione

Var. di decisione: $x \equiv$ unità di X che si producono ≥ 0

Fun. obiettivo:

$$\text{ricavo} = 270x - 100x - 50x - 80x = 40x$$

Vincoli:

$$D_X = x \leq 40$$
$$T_A = x \leq 80$$
$$T_B = 2x \leq 100$$

$$\begin{aligned} \max \; & 40x \\ s.t. \; & x \leq 40, \\ & x \leq 80 \\ & 2x \leq 100 \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Produzione di Y

Una azienda manifatturiera produce un prodotto **Y**.

È noto che non c'è limite al quantitativo di unità di Y che si possono vendere in una settimana. Il prezzo di vendita di ciascuna unità di Y è €210.

Per produrre una unità di Y sono richiesti:

€90 di materiali grezzi,

1 ora di lavoro di un macchinario A,

1 ore di lavoro di un macchinario B.

Abbiamo materiali grezzi in quantità illimitata, ma

- solo 80 ore/sett. sulla macchina A ad un costo di €50/h, e
- solo 100 ore/sett. sulla macchina B ad un costo di €40/h.

Quale è il massimo ricavo settimanale e quanto si può produrre all'ottimo di Y?

Produzione di Y – formulazione

Var. di decisione: $y \equiv$ unità di Y che si producono ≥ 0

Fun. obiettivo:

$$\text{ricavo} = 210y - 90y - 50y - 40y = 30y$$

Vincoli:

$$T_A = y \leq 80$$
$$T_B = y \leq 100$$

$$\begin{aligned} \max\ & 30y \\ s.t.\ & y \leq 80, \\ & y \leq 100 \\ & y \geq 0 \end{aligned}$$

Produzione di X e Y

Una azienda manifatturiera produce due prodotti **X** e **Y**.

È noto che non c'è limite al quantitativo di unità di Y che si possono vendere in una settimana ma si possono vendere al più 40 unità di X. Il prezzo di vendita di ciascuna unità di X e Y è €270 e 210, rispettivamente.

	X	Y
materiali	€100	€90
macch.A	1h	1h
macch.B	2h	1h

Abbiamo materiali grezzi in quantità illimitata, ma

- solo 80 ore/sett. sulla macchina A ad un costo di €50/h, e
- solo 100 ore/sett. sulla macchina B ad un costo di €40/h.

Quale è il massimo ricavo settimanale e quanto si può produrre all'ottimo di X e Y?

Produzione di X e Y – formulazione

Var. di decisione:
$x \equiv$ unità di X che si producono ≥ 0
$y \equiv$ unità di Y che si producono ≥ 0

Fun. obiettivo:

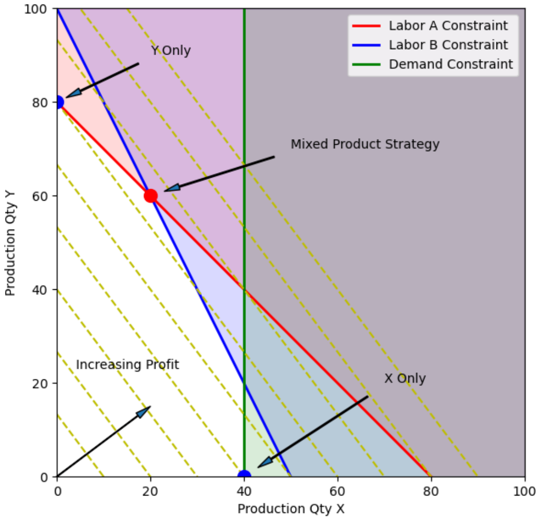
$$\text{ricavo} = 40x + 30y$$

Vincoli:

$$\begin{aligned} D_X &= x \leq 40 \\ T_A &= x + y \leq 80 \\ T_B &= 2x + y \leq 100 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \max\ & 40x + 30y \\ s.t.\ & x \leq 40, \\ & x + y \leq 80 \\ & 2x + y \leq 100 \\ & x, y \geq 0 \end{aligned}$$

Rappresentazione grafica



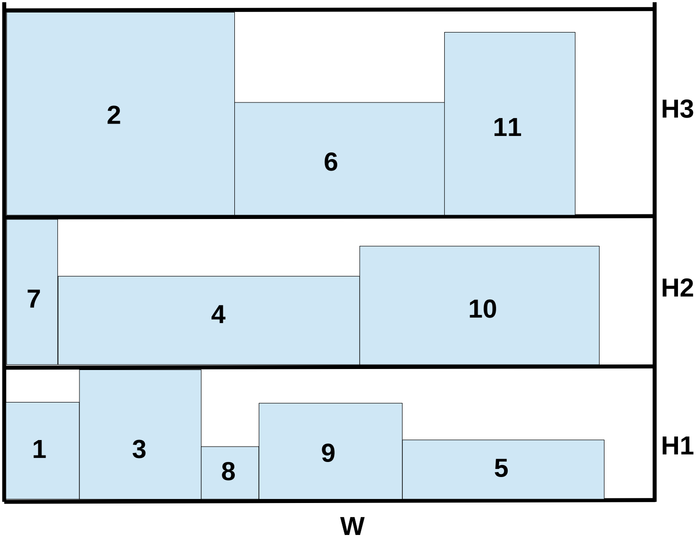
Stoccaggio

Si vogliono disporre alcuni **N** scatoloni (di larghezze e altezze diverse e note) su una scaffalatura composta di **M** ripiani larghi **W** e regolabili in altezza.

- L'altezza di ogni ripiano **non è data** ma deve essere scelta in modo che il ripiano possa contenere (in altezza) tutte le scatole che si vogliono mettere sul ripiano stesso.
- Non è consentito disporre le scatole una sopra l'altra

Si vuole **minimizzare l'altezza complessiva** della scaffalatura

Stoccaggio – esempio



Stoccaggio

Questi sono i dati: $N = 15$, $W = 30$, $M = 5$

Scat.	ℓ	h
1	10	2
2	22	20
3	20	10
4	5	10
5	8	8
6	7	12
7	15	18
8	11	9

Scat.	ℓ	h
9	9	15
10	10	13
11	2	8
12	3	7
13	12	7
14	5	10
15	1	5

Homework (propedeutico)

Provare a:

- Formulare il problema decisionale come problema di PLI
- Trascrivere la formulazione di PLI usando `AMPL`
- Scrivere il modello `AMPL` tenendo separati il file del modello `.mod` dal file dei dati `.dat`

Stoccaggio

Variabili di decisione:

$H_j \geq 0$, altezza del ripiano $j = 1, \ldots, M$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ è posto sul ripiano } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Obiettivo: $\min \sum_{j=1}^{M} H_j$

Stoccaggio

Variabili di decisione:

$H_j \geq 0$, altezza del ripiano $j = 1, \dots, M$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ è posto sul ripiano } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Obiettivo: $\min \sum_{j=1}^{M} H_j$

Stoccaggio

Variabili di decisione:

$H_j \geq 0$, altezza del ripiano $j = 1, \ldots, M$

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \text{ è posto sul ripiano } j \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Obiettivo: $\min \sum_{j=1}^{M} H_j$

Stoccaggio

Vincoli:

- Ogni oggetto su un ripiano

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \dots, N$$

- Altezza di ogni ripiano suff. a contenere gli oggetti

$$H_j \geq h_i x_{ij} \qquad i = 1, \dots, N, \; j = 1, \dots, M$$

- Larghezza dei ripiani pari a W

$$\sum_{i=1}^{N} \ell_i x_{ij} \leq W \qquad j = 1, \dots, M$$

Stoccaggio

Vincoli:

- Ogni oggetto su un ripiano

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \ldots, N$$

- Altezza di ogni ripiano suff. a contenere gli oggetti

$$H_j \geq h_i x_{ij} \qquad i = 1, \ldots, N, \; j = 1, \ldots, M$$

- Larghezza dei ripiani pari a W

$$\sum_{i=1}^{N} \ell_i x_{ij} \leq W \qquad j = 1, \ldots, M$$

Stoccaggio

Vincoli:

- Ogni oggetto su un ripiano

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \ldots, N$$

- Altezza di ogni ripiano suff. a contenere gli oggetti

$$H_j \geq h_i x_{ij} \qquad i = 1, \ldots, N, \; j = 1, \ldots, M$$

- Larghezza dei ripiani pari a W

$$\sum_{i=1}^{N} \ell_i x_{ij} \leq W \qquad j = 1, \ldots, M$$

Stoccaggio

Vincoli:

- Ogni oggetto su un ripiano

$$\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1, \qquad i = 1, \dots, N$$

- Altezza di ogni ripiano suff. a contenere gli oggetti

$$H_j \geq h_i x_{ij} \qquad i = 1, \dots, N, \ j = 1, \dots, M$$

- Larghezza dei ripiani pari a W

$$\sum_{i=1}^{N} \ell_i x_{ij} \leq W \qquad j = 1, \dots, M$$