

# Laboratorio di Ricerca Operativa

G. Liuzzi<sup>1</sup>

Venerdì 20 Marzo 2020

---

<sup>1</sup>Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR

# Birrificio

Un birrificio riceve un ordine per l'acquisto di 100 ettolitri di birra al 4% di alcool.

Per soddisfare l'ordine, il birrificio dispone di

- birra di tipo A al 4.5% e a 32€ per ettolitro
- birra di tipo B al 3.7% e a 25€ per ettolitro

Inoltre, è possibile miscelare al prodotto semplice acqua (W) ad un costo di 5€ per ettolitro

Bisogna determinare la produzione per soddisfare l'ordine al costo minimo

# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**  $x_A \equiv$  q.tà [hl] di A usata  $\geq 0$   
 $x_B \equiv$  q.tà [hl] di B usata  $\geq 0$   
 $x_W \equiv$  q.tà [hl] di W usata  $\geq 0$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

**Vincoli:**

$$V_{\text{tot}} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{\text{tot}}$$

$$\begin{aligned} \min & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ \text{s.t.} & V_{\text{tot}} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{\text{tot}} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**  $x_A \equiv$  q.tà [hl] di A usata  $\geq 0$   
 $x_B \equiv$  q.tà [hl] di B usata  $\geq 0$   
 $x_W \equiv$  q.tà [hl] di W usata  $\geq 0$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

**Vincoli:**

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ \text{s.t.} & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**  $x_A \equiv$  q.tà [hl] di A usata  $\geq 0$   
 $x_B \equiv$  q.tà [hl] di B usata  $\geq 0$   
 $x_W \equiv$  q.tà [hl] di W usata  $\geq 0$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

**Vincoli:**

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ \text{s.t.} & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**  $x_A \equiv$  q.tà [hl] di A usata  $\geq 0$   
 $x_B \equiv$  q.tà [hl] di B usata  $\geq 0$   
 $x_W \equiv$  q.tà [hl] di W usata  $\geq 0$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

**Vincoli:**

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ \text{s.t.} & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**  $x_A \equiv$  q.tà [hl] di A usata  $\geq 0$   
 $x_B \equiv$  q.tà [hl] di B usata  $\geq 0$   
 $x_W \equiv$  q.tà [hl] di W usata  $\geq 0$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

**Vincoli:**

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ \text{s.t.} & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

# Knapsack

Si deve quali attrezzi portare con se per una riparazione sapendo che l'ingombro totale non può superare  $W = 14$ . Gli attrezzi hanno le seguenti caratteristiche:

|             | utilità | ingombro |
|-------------|---------|----------|
| hammer      | 8       | 5        |
| wrench      | 3       | 7        |
| screwdriver | 6       | 4        |
| towel       | 11      | 3        |



# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{se l'ogg. } i\text{-esimo è selezionato} \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{Utilità}_{tot} = 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 11x_4$$

**Vincoli:**

$$5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq W$$

$$\begin{aligned} \max & 8x_1 + 3x_2 + 6x_3 + 11x_4 \\ \text{s.t.} & 5x_1 + 7x_2 + 4x_3 + 3x_4 \leq W \\ & x_i \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

# Trasporto a costo minimo

Una impresa di distribuzione deve stabilire quanto trasportare dai propri magazzini, siti in: Arnhem e Gouda, verso i propri clienti dislocati presso: London, Berlin, Maastricht, Amsterdam, Utrecht, The Hague

In tabella sono riportati i costi di trasporto (in €/ton), le domande (in ton) e le capacità massime (in ton.)

| C/S        | Arnhem | Gouda | Domanda |
|------------|--------|-------|---------|
| London     | 1000   | 2.5   | 125     |
| Berlin     | 2.5    | 1000  | 175     |
| Maastricht | 1.6    | 2     | 225     |
| Utrecht    | 0.8    | 1     | 225     |
| Amsterdam  | 1.4    | 1     | 250     |
| The Hague  | 1.4    | 0.8   | 200     |
| Supply     | 550    | 700   | –       |



# Formulazione matematica

**Var. di decisione:**

$$x_{c,s} = \text{quantità trasp. da } s \text{ a } c \geq 0$$

**Fun. obiettivo:**

$$\text{costo} = \sum_{c \in C, s \in S} t_{c,s} x_{c,s}$$

**Vincoli:**

- ogni  $c$  deve essere rifornito per intero:  $\sum_{s \in S} x_{c,s} = d_c, \forall c \in C$
- ogni  $s$  non può inviare più della cap.:  $\sum_{c \in C} x_{c,s} \leq A_s, \forall s \in S$
- $x_{c,s} \geq 0$

# Localizzazione degli impianti

Una impresa di distribuzione e vendita deve stabilire dove posizionare i propri magazzini in modo da poter efficientemente rifornire i propri centri di vendita dislocati nelle città di: NYC, LA, CHG, HOU.

I magazzini possono essere costruiti nelle città di: Harlingen, Memphis, Ashland.

In tabella è riportato per ogni posizione  $w$ , il costo per servire ciascun centro di vendita  $c$ :  $d_{w,c}$

| $w/c$     | NYC  | LA   | CHG  | HOU  |
|-----------|------|------|------|------|
| Harlingen | 1956 | 1606 | 1410 | 330  |
| Memphis   | 1096 | 1792 | 531  | 567  |
| Ashland   | 485  | 2322 | 324  | 1236 |

