Laboratorio di Ricerca Operativa

G. Liuzzi[1]

Venerdí 8 Maggio 2020

[1] Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR

Knapsack

Riprendiamo un vecchio problema per il quale avevamo:

- visto la formulazione matematica
- scritto il modello in python/pyomo
- risolto numericamente il modello (glpk)

Knapsack

Si deve decidere quali attrezzi portare con se per una riparazione sapendo che l'ingombro totale non può superare $W = 14$. Gli attrezzi hanno le seguenti caratteristiche:

	utilità	ingombro
hammer	8	5
wrench	3	7
screwdriver	6	4
towel	11	3

Pyomo ConcreteModel

```
############# DEFINIZIONE DEI DATI #######################
A = pd.read_excel('dati.xlsx',sheet_name='Knapsack_easy')
KSdata = A.set_index('tool').T
W_max = 14
UTENSILI = KSdata.keys()

############# DEFINIZIONE DEL MODELLO ####################
Mc = pe.ConcreteModel( name = "Knapsack 0/1" )
Mc.x = pe.Var( UTENSILI, within = pe.Binary )
def utilita_rule_c(m):
    return sum(m.x[u]*KSdata[u]['p'] for u in UTENSILI)
Mc.utilita = pe.Objective( rule = utilita_rule_c , sense = -1)
Mc.ingombro = pe.Constraint(
        expr = sum(Mc.x[u]*KSdata[u]['w'] for u in UTENSILI) <= W_max
        )

############### SOLUZIONE DEL MODELLO ####################
solver = pe.SolverFactory('glpk')
res = solver.solve(Mc)
Mc.pprint()
```

Pyomo ConcreteModel

Nel momento in cui il modello viene creato (con l'istruzione `ConcreteModel` e seguenti) i dati che servono per la sua completa definizione sono tutti presenti in memoria

$\Longrightarrow$ `ConcreteModel`

- **prima** i dati
- **poi** il modello

Pyomo ConcreteModel

Se cambiano i dati, cosa accade?

È necessario:

- leggere **nuovamente** i dati
- creare **nuovamente** il modello
- risolvere il modello

Pyomo ConcreteModel

Se cambiano i dati, cosa accade?

È necessario:

- leggere **nuovamente** i dati
- creare **nuovamente** il modello
- risolvere il modello

Pyomo AbstractModel

Pyomo offre però la possibilità di definire un oggetto modello che sia indipendente dai dati

Cioè la possibilità di ribaltare il procedimento modellistico sostituendolo con

- **prima** il modello
- **poi** i dati

Come? `AbstractModel`

Pyomo AbstractModel

Pyomo offre però la possibilità di definire un oggetto modello che sia indipendente dai dati

Cioè la possibilità di ribaltare il procedimento modellistico sostituendolo con

- **prima** il modello
- **poi** i dati

Come? `AbstractModel`

Pyomo AbstractModel

```
M = pe.AbstractModel( name = "Knapsack 0/1 astratto" )
M.UTENSILI = pe.Set()
M.valore = pe.Param(M.UTENSILI)
M.volume = pe.Param(M.UTENSILI)
M.W = pe.Param()
M.x = pe.Var( M.UTENSILI, within = pe.Binary )
def utilita_rule(m):
    return sum(m.valore[i]*m.x[i] for i in m.UTENSILI)
M.utilita = pe.Objective( rule = utilita_rule, sense = -1 )
def ingombro_rule(m):
    return (sum(m.x[u]*m.volume[u] for u in m.UTENSILI) <= m.W)
M.ingombro = pe.Constraint( rule = ingombro_rule )
M.pprint()
```

Problema p-Median

Supponiamo di voler attivare **p** centri di distribuzione su un insieme **I** di possibili siti ($|I| \geq p$) per servire un insieme **J** clienti sapendo che

- ogni cliente ha una domanda unitaria
- ogni cliente deve essere rifornito per intero
- servire il cliente $j \in J$ dal centro $i \in I$ costa $d_{i,j}$

Determinare il piano di aperture e distribuzione a costo minimo

Formulazione matematica

Var. di decisione:

$$
\begin{aligned}
y_i &= \begin{cases} 1 & \text{se attivo centro nel sito } i \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases} \\
x_{i,j} &= \text{frazione della domanda di } j \text{ servita dal centro in } i
\end{aligned}
$$

Fun. obiettivo:

$$\text{costo} = \sum_{i \in I, j \in J} d_{i,j} x_{i,j}$$

Vincoli:

- ogni j deve essere rifornito per intero: $\sum_{i \in I} x_{i,j} = 1, \ \forall\ j \in J$
- ogni j può essere rifornito solo da centri attivi: $x_{i,j} \leq y_i, \ \forall\ i \in I, j \in J$
- attivazione di p centri: $\sum_{i \in I} y_i = p$
- $0 \leq x_{i,j} \leq 1, \ y_i \in \{0, 1\}$

Birrificio

Un birrificio riceve un ordine per l'acquisto di 100 ettolitri di birra al 4% di alcool.

Per soddisfare l'ordine, il birrificio dispone di

- birra di tipo A al 4.5% e a 32€ per ettolitro
- birra di tipo B al 3.7% e a 25€ per ettolitro

Inoltre, è possibile miscelare al prodotto semplice acqua (W) ad un costo di 5€ per ettolitro

Bisogna determinare la produzione per soddisfare l'ordine al costo minimo

Formulazione matematica

Var. di decisione:

$$\begin{aligned} x_A &\equiv \text{ q.tà [hl] di A usata} \geq 0 \\ x_B &\equiv \text{ q.tà [hl] di B usata} \geq 0 \\ x_W &\equiv \text{ q.tà [hl] di W usata} \geq 0 \end{aligned}$$

Fun. obiettivo:

$$\text{costo } = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

Vincoli:

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min\ & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ s.t.\ & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

Formulazione matematica

Var. di decisione:
$$\begin{aligned} x_A &\equiv \text{q.tà [hl] di A usata} \geq 0 \\ x_B &\equiv \text{q.tà [hl] di B usata} \geq 0 \\ x_W &\equiv \text{q.tà [hl] di W usata} \geq 0 \end{aligned}$$

Fun. obiettivo:

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

Vincoli:

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$
$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min\ & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ s.t.\ & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

Formulazione matematica

Var. di decisione:
$$
\begin{aligned}
x_A &\equiv \text{ q.tà [hl] di A usata} \geq 0\\
x_B &\equiv \text{ q.tà [hl] di B usata} \geq 0\\
x_W &\equiv \text{ q.tà [hl] di W usata} \geq 0
\end{aligned}
$$

Fun. obiettivo:

$$\text{costo } = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

Vincoli:

$$
\begin{aligned}
&V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100\\
&4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\min \ & 32x_A + 25x_B + 5x_W\\
s.t. \ & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100,\\
& 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}\\
& x_A, x_B, x_W \geq 0
\end{aligned}
$$

Formulazione matematica

Var. di decisione: $x_A \equiv$ q.tà [hl] di A usata ≥ 0
$x_B \equiv$ q.tà [hl] di B usata ≥ 0
$x_W \equiv$ q.tà [hl] di W usata ≥ 0

Fun. obiettivo:

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

Vincoli:

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$

$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min\ & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ s.t.\ & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$

Formulazione matematica

Var. di decisione:

$$\begin{aligned} x_A &\equiv \text{q.tà [hl] di A usata} \geq 0 \\ x_B &\equiv \text{q.tà [hl] di B usata} \geq 0 \\ x_W &\equiv \text{q.tà [hl] di W usata} \geq 0 \end{aligned}$$

Fun. obiettivo:

$$\text{costo} = 32x_A + 25x_B + 5x_W$$

Vincoli:

$$V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100$$
$$4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot}$$

$$\begin{aligned} \min\ & 32x_A + 25x_B + 5x_W \\ s.t.\ & V_{tot} = x_A + x_B + x_W = 100, \\ & 4.5x_A + 3.7x_B = 4V_{tot} \\ & x_A, x_B, x_W \geq 0 \end{aligned}$$