Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2015-16 – 23 Maggio 2016

simulazione d'esame

1. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema multiobiettivo:

$$\begin{aligned} &\min\ (x-4)^2 + y^2,\ -y \\ &s.t.\ 2x + 3y \le 6 \\ &\qquad x - y \ge -1 \\ &\qquad x \ge 0,\ y \ge 0. \end{aligned}$$

   - Aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore *ideale* degli obiettivi z^{id}.
   - Scrivere il problema che si risolve nel metodo degli ϵ-vincoli quando si vuole minimizzare la seconda funzione obiettivo e si sceglie, per la prima funzione, $\epsilon = 2$.
   - Nello spazio degli obiettivi, il vettore $(2, -1)^\top$ è dominato da z^{id}?
   - Determinare, nello spazio degli obiettivi, un vettore $\bar{z}$ (anche non ammissibile) che non sia dominato e non domini z^{id}.
   - Determinare, nello spazio degli obiettivi, un vettore $\tilde{z}$ (non ammissibile) che domini z^{id}. Puo $\tilde{z}$ essere ammissibile nello spazio degli obiettivi?

2. (**8 punti**) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$\min_{x,y}\ (x-4)^2 + y^2.$$

   - Scrivere i 4 punti (e relativi valori di funzione obiettivo) campionati del metodo (senza derivate) delle coordinate quando siano assegnati: punto iniziale $x_0 = (5, 0)^\top$ e passo iniziale $\Delta_0 = 2$.
   - Scrivere il punto x_1 determinato nella prima iterazione del metodo (senza derivate) delle coordinate quando siano assegnati: punto iniziale $x_0 = (5, 0)^\top$ e passo iniziale $\Delta_0 = 1$.
   - Scrivere il punto x_1 determinato nella prima iterazione del metodo (senza derivate) delle coordinate quando siano assegnati: punto iniziale $x_0 = (5, 0)^\top$ e passo iniziale $\Delta_0 = 0.5$.

3. (**8 punti**) Riordinare il seguente script nel linguaggio `julia`.

<table>
<tr><td><pre>
La(x) = f(x) + mu[1]*h1(x) + mu[2]*h2(x) + rho*(h1(x)^2+h2(x)^2)
function grad_La!(x,g)
    g[1] = x[1] + x[3] + x[1] + x[2] + 2.0*rho*(h1(x) + h2(x)) + mu[1] + mu[2]
    g[2] = x[2] + x[3] + x[1] + x[2] + 2.0*rho*(h1(x) - h2(x)) + mu[1] - mu[2]
    g[3] = x[2] + x[3] + x[1] + x[3] + 4.0*rho*(h1(x)) + 2.0*mu[1]
    return nothing
end
</pre></td><td>1</td></tr>
<tr><td><pre>
    mu[1] = mu[1] + rho*h1(xklagr)
    mu[2] = mu[2] + rho*h2(xklagr)
end
nothing
</pre></td><td>2</td></tr>
<tr><td><pre>
f(x) = 1/2*((x[2]+x[3])^2 + (x[1]+x[3])^2 + (x[1]+x[2])^2)
h1(x) = x[1] + x[2] + 2*x[3] - 2.0
h2(x) = x[1] - x[2]
</pre></td><td>3</td></tr>
<tr><td><pre>
    xstart = xklagr
    res = optimize(La,grad_La!,xstart,grtol = 1e-8,show_trace = false)
    xklagr = res.minimum
</pre></td><td>4</td></tr>
<tr><td><pre>
using Optim
mu = [10.0, -5.0]
rho = 0.0
</pre></td><td>5</td></tr>
<tr><td><pre>
xzero = [0. , 0. , 0.]
xklagr = xzero

for k = 0:25
    rho = 0.1*2^k
    @printf("%2d %13.6e %13.6e %13.6e %13.6e\n",k,mu[1],mu[2],rho,La(xklagr))
</pre></td><td>6</td></tr>
</table>

4. (**8 punti**) Un'industria produce quattro modelli di un elettrodomestico (Mod1, Mod2, Mod3, Mod4). Ciascun elettrodomestico, per essere pronto per la vendita, deve essere lavorato in uno dei tre reparti (Rep1, Rep2, Rep3) di cui questa industria dispone, ovvero ciascun reparto è in grado di fornire elettrodomestici già pronti per la vendita. I tempi di lavorazione di ciascun elettrodomestico in ciascuno dei reparti differiscono a seconda del modello.

   Gli operai addetti alla produzione sono in totale 130 e devono essere assegnati ai tre reparti affinché la lavorazione dei modelli abbia inizio, tenendo conto che per ragioni sindacali a ciascun reparto non si possono assegnare più di 40 operai.

   I prezzi di vendita non sono noti con certezza. Il settore marketing dell'industria comunica i prezzi, secondo tre scenari, subito prima che la produzione abbia inizio (ma quando sono gia stati decisi i turni dei 130 operai).

   La tabella che segue riporta questi tempi (in ore) insieme al prezzo di vendita (in Euro) di ciascun modello nei tre scenari equiprobabili comunicati.

	Mod1	Mod2	Mod3	Mod4
Rep1	2	2	3	1
Rep2	1.5	2	1.5	1.5
Rep3	2	2.5	2	2.5
prezzo (S1)	750	1200	800	650
prezzo (S2)	650	1100	900	450
prezzo (S3)	900	1100	850	550

   Sapendo che ciascun operaio lavora al più 40 ore settimanali, costruire un modello che permetta di pianificare l'assegnazione di operai ai reparti e la produzione settimanale, cioè la quantità di elettrodomestici di ogni modello da produrre (in ciascuno scenario), in modo da massimizzare il profitto medio complessivo.

Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2015-16 – 23 Maggio 2016

simulazione d'esame

1. (**8 punti**) Un istituto bancario ha a disposizione 9 sedi, dislocate nelle province di Catanzaro (CZ), Cosenza (CS), Crotone (KR), Reggio Calabria (RC) e Vibo Valentia (VV), dove aprire nuove filiali. Nella seguente tabella, per ogni filiale sono riportati la provincia di appartenenza, il costo di attivazione (in migliaia di euro), il numero massimo di clienti che ciascuna filiale (se attivata) potrà servire e una stima del numero di nuovi potenziali clienti che la filiale sarà in grado di acquisire, secondo alcuni scenari (equiprobabili):

Filiale	A	B	C	D	E	F	G	H	I
provincia	RC	CS	RC	KR	CZ	VV	CZ	VV	RC
C. di att.	50	40	30	25	40	50	60	40	30
max clienti	280	150	250	200	390	100	110	160	500
Nuovi clienti									
S1	200	80	200	190	380	100	85	90	300
S2	300	100	250	200	400	120	100	100	400
S3	350	200	300	300	420	140	150	180	600

Si vuole decidere quali filiali attivare, con l'obiettivo di massimizzare il numero medio di potenziali nuovi clienti che è possibile acquisire, tenendo presente che, per l'intera operazione, si può impiegare un budget massimo di 200.000 euro.

2. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema vincolato:

$$\begin{aligned}&\min\ x^2\\ &s.t.\ 0 \le x \le 1.\end{aligned}$$

- Scrivere l'espressione di una funzione di Penalità sequenziale, $P(x;\epsilon)$, che abbia derivata continua.
- Scrivere l'espressione della derivata della funzione $P(x;\epsilon)$.
- Scrivere l'espressione della funzione Lagrangiana $L(x, \lambda_1, \lambda_2)$ per il problema dato.
- Dire se il punto, primale-duale, $(0, 0, 0)^\top$ è stazionario per il problema, motivando la risposta.

3. (**8 punti**)Si consideri il seguente problema multiobiettivo:

$$\begin{aligned}&\min\ x,\ y\\ &s.t.\ (x-2)^2 + y^2 \le 4\\ &\quad\ \ x + y \ge 2\\ &\quad\ \ y \ge 0.\end{aligned}$$

- Aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore *ideale* degli obiettivi z^{id}.
- Scrivere il problema che si risolve nel metodo della *Value Function* con funzione $U(z_1, z_2) = z_1 + 2z_2$ e determinarne una soluzione per via grafica.
- Nello spazio degli obiettivi, il vettore $(2, 2)^\top$ è dominato da z^{id}?
- Determinare, nello spazio degli obiettivi, un vettore $\tilde{z}$ (non ammissibile) che domini z^{id}. Puo $\tilde{z}$ essere ammissibile nello spazio degli obiettivi?

4. (**8 punti**) Riordinare il seguente script nel linguaggio `julia`.

```
La(x) = f(x) + mu[1]*h1(x) + mu[2]*h2(x) + rho*(h1(x)^2+h2(x)^2)
function grad_La!(x,g)
    g[1] = x[1] + x[3] + x[1] + x[2] + 2.0*rho*(h1(x) + h2(x)) + mu[1] + mu[2]
    g[2] = x[2] + x[3] + x[1] + x[2] + 2.0*rho*(h1(x) - h2(x)) + mu[1] - mu[2]
    g[3] = x[2] + x[3] + x[1] + x[3] + 4.0*rho*(h1(x)) + 2.0*mu[1]
    return nothing
end
```
1

```
f(x) = 1/2*((x[2]+x[3])^2 + (x[1]+x[3])^2 + (x[1]+x[2])^2)
h1(x) = x[1] + x[2] + 2*x[3] - 2.0
h2(x) = x[1] - x[2]
```
2

```
    mu[1] = mu[1] + rho*h1(xklagr)
    mu[2] = mu[2] + rho*h2(xklagr)
end
nothing
```
3

```
    xstart = xklagr
    res = optimize(La,grad_La!,xstart,grtol = 1e-8,show_trace = false)
    xklagr = res.minimum
```
4

```
xzero = [0.  , 0.  , 0.]
xklagr = xzero

for k = 0:25
    rho = 0.1*2^k
    @printf("%2d %13.6e %13.6e %13.6e %13.6e\n",k,mu[1],mu[2],rho,La(xklagr))
```
5

```
using Optim
mu = [10.0, -5.0]
rho = 0.0
```
6