Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2015-16 – 19 Luglio 2016

prova d'esame

1. (**8 punti**) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$\min_{x,y}\ (x+0.5)^2+(y-0.5)^2.$$

Siano $\mathbf{x}_0=(0,0)^\top$ e $\Delta_0=1$, il punto ed il passo iniziali del metodo senza derivate delle coordinate "rivisto".

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto $\mathbf{x}_1$, determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

Siano ora $\mathbf{x}_0=(0,0)^\top$ e $\Delta_0=0.5$.

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto $\mathbf{x}_1$, determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

2. (**8 punti**) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} \min\ & (x-1)^2+(y-1)^2;(x+1)^2+(y-1)^2 \\ s.t.\ & -1\le x+y\le 1 \\ & -1\le x-y\le 1 \end{aligned}$$

- aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id};
- scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ-vincoli, imponendo un vincolo sulla seconda funzione obiettivo con $\epsilon_2=1/2$;
- dire, motivando la risposta, se il punto $(x,y)=(0.5,0.5)$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

3. (**8 punti**) Dato il seguente problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$\begin{aligned} \min\ & \frac{1}{2}\int_0^T \left(x_1(t)^2+x_2(t)^2+x_2(t)x_3(t)+x_3(t)^2+e^{-t}(u_1(t)^2+u_2(t)^2)\right)dt \\ & \dot{x}_1(t)=x_2(t)+u_1(t) \\ & \dot{x}_2(t)=x_3(t)+u_2(t) \\ & \dot{x}_3(t)=-x_1(t)-x_2(t) \\ & x_1(0)=x_2(0)=x_3(0)=1 \end{aligned}$$

- (**2 punti**) scrivere in forma matriciale le condizioni necessarie di ottimo date dal principio del massimo;
- (**1 punto**) scrivere l'equazione di Riccati che consente di ottenere il controllo ottimo come controreazione dallo stato;
- (**1 punto**) scrivere l'espressione del controllo ottimo come controreazione dallo stato;
- (**1 punto**) dire a quante equazioni differenziali indipendenti dà luogo l'equazione di Riccati;
- (**1 punto**) dire se, nel caso in cui $T\to\infty$, l'equazione differenziale di Riccati diventa un'equazione algebrica;
- (**2 punti**) dire come cambiano le condizioni necessarie di ottimo se deve risultare:

$$u_1(t)\ge 0,\ \ u_2(t)\ge 0.$$

4. (**8 punti**) Il reparto maternità di un piccolo ospedale deve pianificare le presenze di operatori sanitari nel fine settimana (Sabato-Domenica). È noto che un singolo operatore sanitario può gestire fino ad un massimo di 10 pazienti al costo di 300€. Ogni paziente oltre i 10 può essere gestito ad un ulteriore costo di 10€.

La direzione dell'ospedale stima possano presentarsi i seguenti scenari equiprobabili riguardo al numero di pazienti presenti nel fine settimana: 120, 130, 140.

Scrivere un modello di programmazione stocastica con ricorsione ad uno stadio per la soluzione del problema.