Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

G. Liuzzi[1]

Martedì 3 Maggio 2016

[1] Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR

Metodo dell'ord. lessicografico

Metodo "a priori"
Il decisiore specifica un ordinamento delle f.ob. Siano

$$f_1(x), \ldots, f_k(x)$$

le f.ob. ordinate per "importanza" decrescente (dalla più importante alla meno importante)

Metodo dell'ord. lessicografico

- Passo 1

$$x^{*,1} = \begin{array}{l} \arg\min \ f_1(x) \\ \quad x \in \mathcal{F} \end{array}$$

- Passo 2

$$x^{*,2} = \begin{array}{l} \arg\min \ f_2(x) \\ \quad x \in \mathcal{F} \\ \quad f_1(x) \le f_1(x^{*,1}) \end{array}$$

- Passo 3

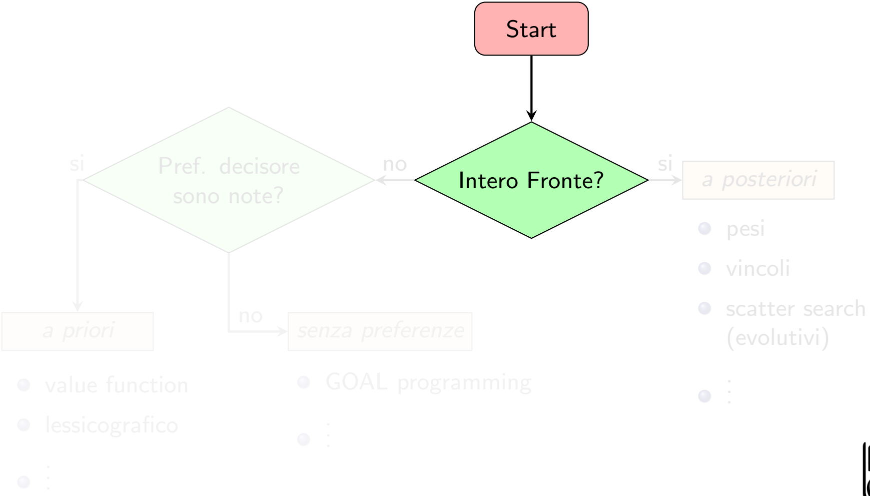
$$x^{*,3} = \begin{array}{l} \arg\min \ f_3(x) \\ \quad x \in \mathcal{F} \\ \quad f_1(x) \le f_1(x^{*,2}) \\ \quad f_2(x) \le f_2(x^{*,2}) \end{array}$$

$\vdots$

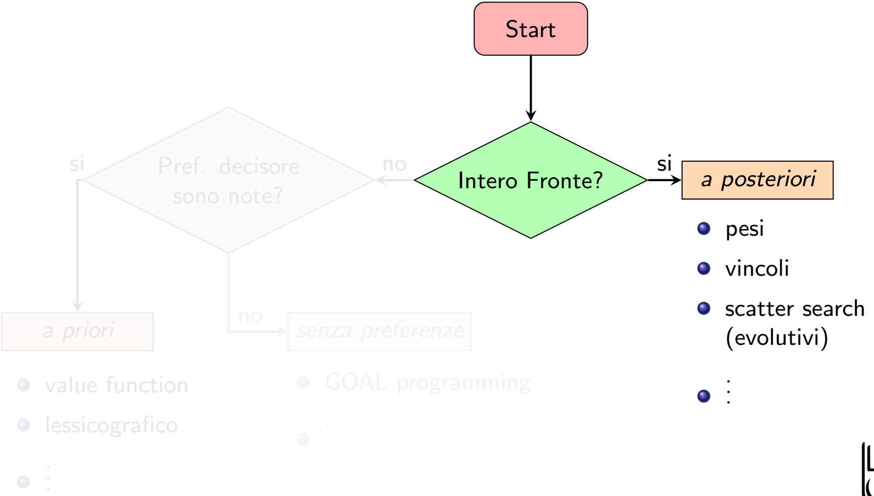
- Passo h

$$x^{*,h} = \begin{array}{l} \arg\min \ f_h(x) \\ \quad x \in \mathcal{F} \\ \quad f_i(x) \le f_i(x^{*,h-1}) \\ \quad i = 1, \dots, h-1 \end{array}$$

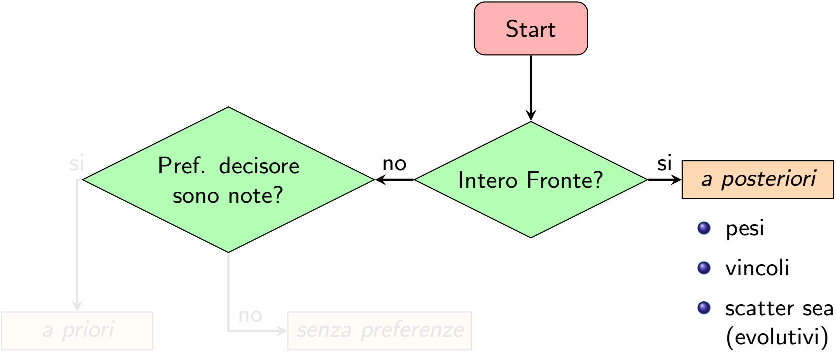
Riassumendo ...



Riassumendo ...



Riassumendo ...

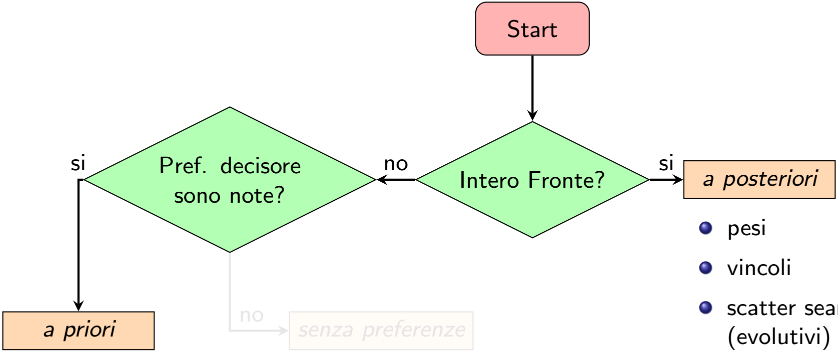


- pesi
- vincoli
- scatter search (evolutivi)
- ⋮

- value function
- lessicografico
- ⋮

- GOAL programming
- ⋮

Riassumendo ...

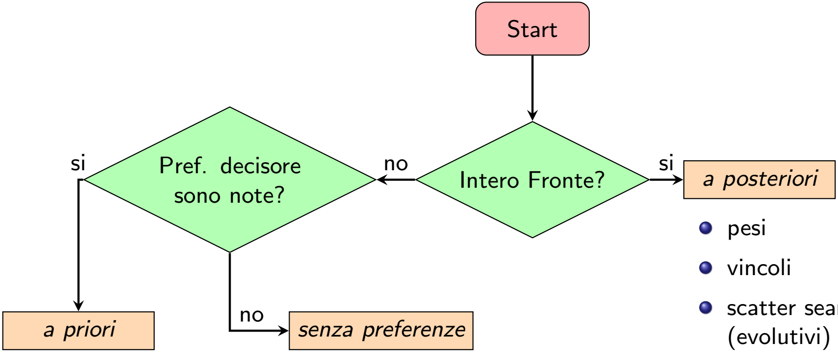


a priori
- value function
- lessicografico
- ⋮

senza preferenze
- GOAL programming
- ⋮

a posteriori
- pesi
- vincoli
- scatter search (evolutivi)
- ⋮

Riassumendo ...



a priori

- value function
- lessicografico
- ⋮

senza preferenze

- GOAL programming
- ⋮

a posteriori

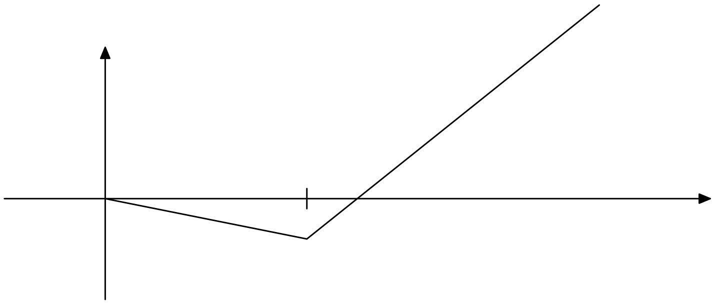
- pesi
- vincoli
- scatter search (evolutivi)
- ⋮

Il problema del venditore di giornali

- Dati $0 \leq r < c < s$
  - c: costo unitario di acquisto dei giornali dall'editore
  - r: prezzo unitario al quale l'ed. ricompra i giornali non venduti
  - s: prezzo unitario di vendita dei giornali
- D quantità "incerta" di domanda
- x variabili di decisione: quanti giornali si acquistano dall'ed.

Costi	Ricavi
acquisto giornali: cx	
	vendite al semaforo: $\begin{cases} sx & \text{se } x < D \\ sD & \text{se } x \geq D \end{cases}$ vendite all'editore: $\begin{cases} 0 & \text{se } x < D \\ r(x - D) & \text{se } x \geq D \end{cases}$
profitto: $-f(x, D) = -cx + s\min\{x, D\} + r\max\{0, x - D\}$	

Il problema del venditore di giornali



Il problema del venditore di giornali

Il problema che vorremmo risolvere è dunque:

$$\min_{x \geq 0} \; f(x, D)$$

dove D è, a tutti gli effetti, una **variabile aleatoria**

Strategia *wait-and-see*

- Supponiamo che esista un "oracolo" in grado di predire quanti giornali saranno venduti al semaforo.
- L'oracolo fornisce un valore D° della variabile aleatoria D.
- Se D è fissata al valore D°, la funzione parametrica $f(x; D)$ diventa $f^\circ(x) = f(x; D^\circ)$.

$$\min_{x \geq 0} \; f^\circ(x) = f(x; D^\circ)$$

- La soluzione è: $x^* = D^\circ$, $f^\circ(X^*) = (c - s)D^\circ$

Strategia *deterministica*

- Supponiamo ora che D sia una v.a. discreta con

evento	$F_D(\cdot)$
D = 30	1/7
D = 40	2/7
D = 50	2/7
D = 60	1/7
D = 100	1/7

- Possiamo calcolare il valore atteso $\mathbb{E}[D] = \bar{D} = 370/7 = 52.86$
- La soluzione questa volta è $x^* = \bar{D}$

Strategia *here-and-now* (caso peggiore)

- Possiamo considerare il problema

$$\min_{x \geq 0} \max_{30 \leq D \leq 100} f(x; D)$$

ovvero

$$\min_{x \geq 0} \max\{f(x; 30), f(x; 40), \ldots, f(x; 100)\}$$

- $\max\{f(x; 30), f(x; 40), \ldots, f(x; 100)\} = f(x; 30)$
- La soluzione è $x^* = 30$ (caso peggiore)

Strategia *here-and-now* (stochastic programming)

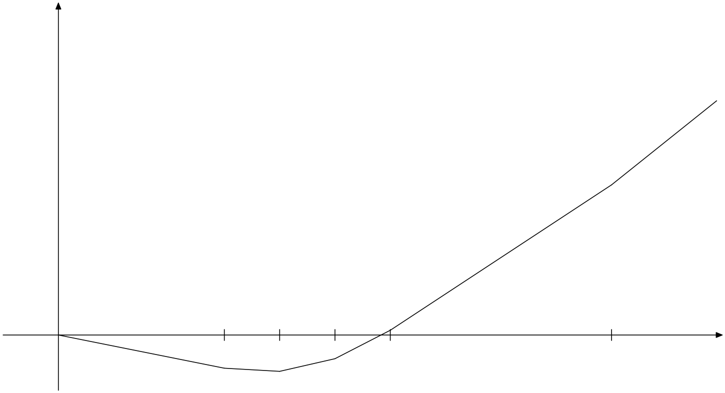
- **osservazione**: Se D è una v.a. anche $f(x;D)$ per ogni x fissato è una v.a.
- Se $f(x;D)$ è una v.a. sarà possibile calcolarne il valore atteso $\mathbb{E}[f(x;D)]$
- Consideriamo il problema

$$\min_{x\geq 0} \ \mathbb{E}[f(x;D)]$$

- In particolare otteniamo

$$f(x) = \mathbb{E}[f(x;D)] = \frac{1}{7}f(x;30) + \frac{2}{7}f(x;40) + \cdots + \frac{1}{7}f(x;100)$$

Strategia *here-and-now* (stochastic programming)



La soluzione è in questo caso $x^* = 40$.