

Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

G. Liuzzi¹

Martedì 3 Maggio 2016

¹Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR



Metodo dell'ord. lessicografico

Metodo “a priori”

Il decisore specifica un ordinamento delle f.ob. Siano

$$f_1(x), \dots, f_k(x)$$

le f.ob. ordinate per “importanza” decrescente (dalla più importante alla meno importante)



Metodo dell'ord. lessicografico

- Passo 1

$$x^{*,1} = \arg \min_{x \in \mathcal{F}} f_1(x)$$

- Passo 2

$$x^{*,2} = \arg \min_{x \in \mathcal{F}} f_2(x)$$

$$f_1(x) \leq f_1(x^{*,1})$$

- Passo 3

$$x^{*,3} = \arg \min_{x \in \mathcal{F}} f_3(x)$$

$$f_1(x) \leq f_1(x^{*,2})$$

$$f_2(x) \leq f_2(x^{*,2})$$

⋮

- Passo h

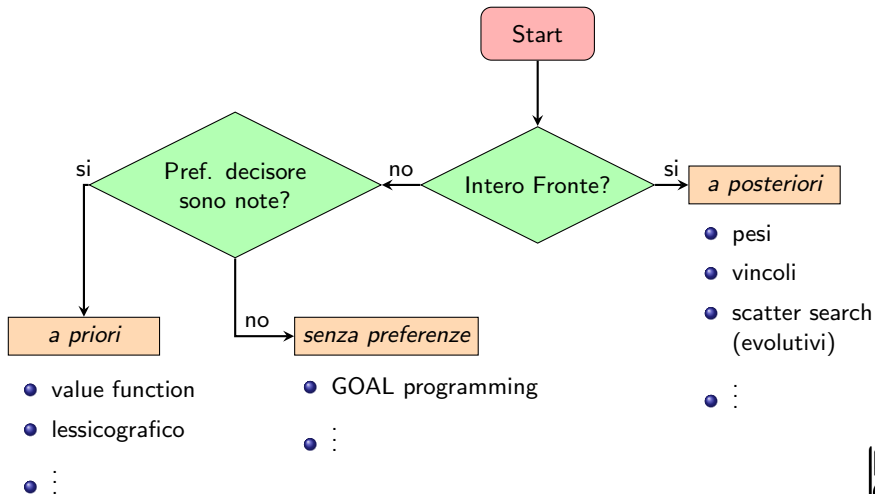
$$x^{*,h} = \arg \min_{x \in \mathcal{F}} f_h(x)$$

$$f_i(x) \leq f_i(x^{*,h-1})$$

$$i = 1, \dots, h-1$$



Riassumendo ...



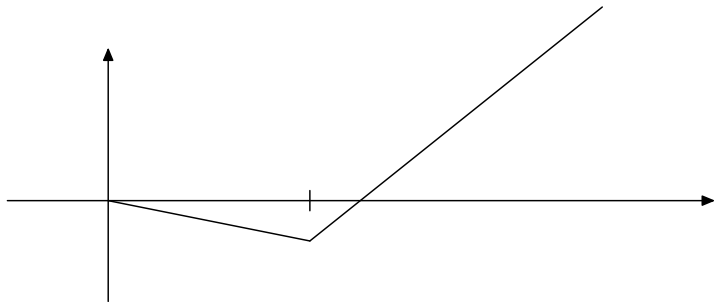
Il problema del venditore di giornali

- Dati $0 \leq r < c < s$
 - c : costo unitario di acquisto dei giornali dall'editore
 - r : prezzo unitario al quale l'ed. ricompra i giornali non venduti
 - s : prezzo unitario di vendita dei giornali
- D quantità "incerta" di domanda
- x variabili di decisione: quanti giornali si acquistano dall'ed.

Costi	Ricavi
acquisto giornali: cx	
	vendite al semaforo: $\begin{cases} sx & \text{se } x < D \\ sD & \text{se } x \geq D \end{cases}$
	vendite all'editore: $\begin{cases} 0 & \text{se } x < D \\ r(x - D) & \text{se } x \geq D \end{cases}$
profitto: $-f(x, D) = -cx + s \min\{x, D\} + r \max\{0, x - D\}$	



Il problema del venditore di giornali



Il problema del venditore di giornali

Il problema che vorremmo risolvere è dunque:

$$\min_{x \geq 0} f(x, D)$$

dove D è, a tutti gli effetti, una **variabile aleatoria**



Strategia *wait-and-see*

- Supponiamo che esista un “oracolo” in grado di predire quanti giornali saranno venduti al semaforo.
- L’oracolo fornisce un valore D° della variabile aleatoria D .
- Se D è fissata al valore D° , la funzione parametrica $f(x; D)$ diventa $f^\circ(x) = f(x; D^\circ)$.

$$\min_{x \geq 0} f^\circ(x) = f(x; D^\circ)$$

- La soluzione è: $x^* = D^\circ$, $f^\circ(X^*) = (c - s)D^\circ$



Strategia *deterministica*

- Supponiamo ora che D sia una v.a. discreta con

evento	$F_D(\cdot)$
$D = 30$	$1/7$
$D = 40$	$2/7$
$D = 50$	$2/7$
$D = 60$	$1/7$
$D = 100$	$1/7$

- Possiamo calcolare il valore atteso $\mathbb{E}[D] = \bar{D} = 370/7 = 52.86$
- La soluzione questa volta è $x^* = \bar{D}$



Strategia *here-and-now* (caso peggiore)

- Possiamo considerare il problema

$$\min_{x \geq 0} \max_{30 \leq D \leq 100} f(x; D)$$

ovvero

$$\min_{x \geq 0} \max\{f(x; 30), f(x; 40), \dots, f(x; 100)\}$$

- $\max\{f(x; 30), f(x; 40), \dots, f(x; 100)\} = f(x; 30)$
- La soluzione è $x^* = 30$ (caso peggiore)



Strategia *here-and-now* (stochastic programming)

- **osservazione:** Se D è una v.a. anche $f(x; D)$ per ogni x fissato è una v.a.
- Se $f(x; D)$ è una v.a. sarà possibile calcolarne il valore atteso $\mathbb{E}[f(x; D)]$
- Consideriamo il problema

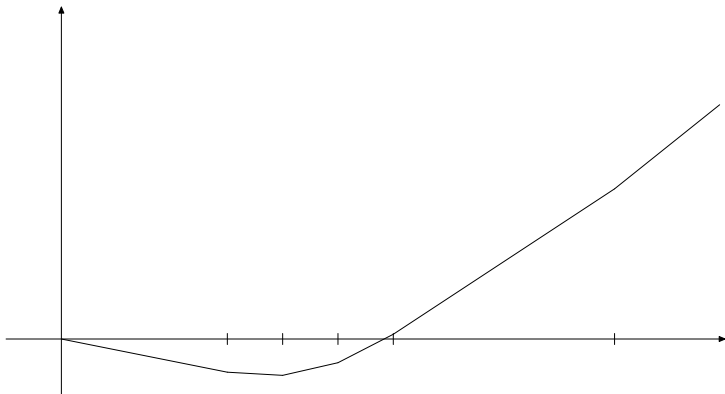
$$\min_{x \geq 0} \mathbb{E}[f(x; D)]$$

- In particolare otteniamo

$$f(x) = \mathbb{E}[f(x; D)] = \frac{1}{7}f(x; 30) + \frac{2}{7}f(x; 40) + \cdots + \frac{1}{7}f(x; 100)$$



Strategia *here-and-now* (stochastic programming)



La soluzione è in questo caso $x^* = 40$.

