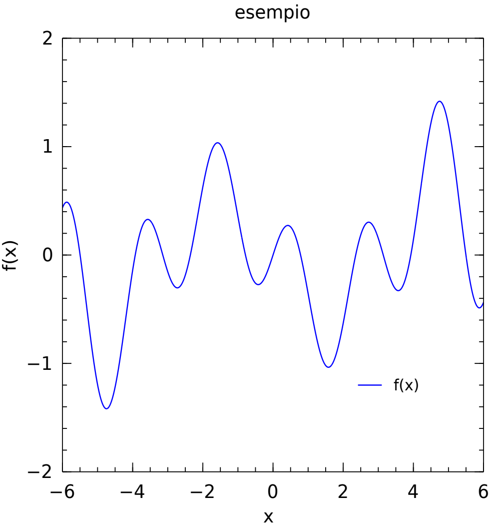
Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

G. Liuzzi[1]

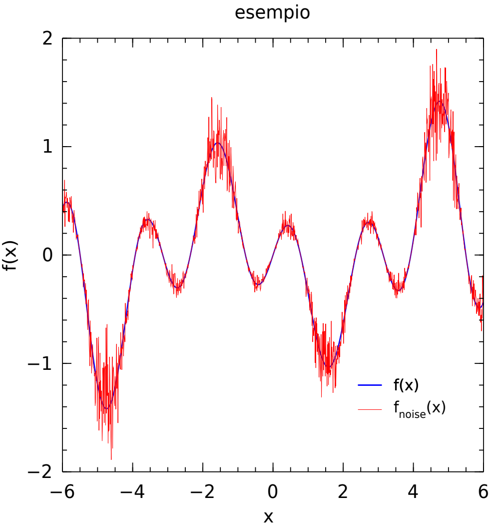
Venerdì 24 Febbraio 2017

[1] Istituto di Analisi dei Sistemi ed Informatica IASI - CNR

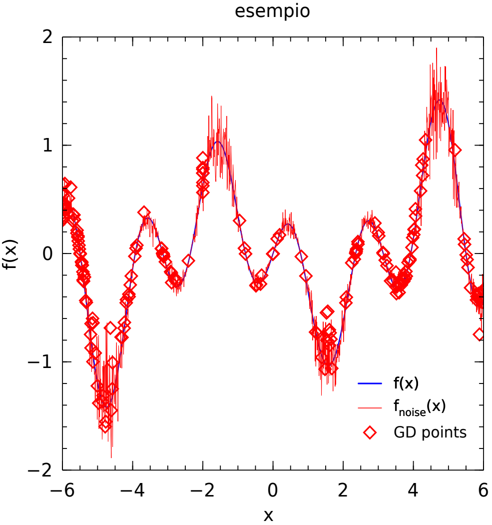
Esempio



Esempio

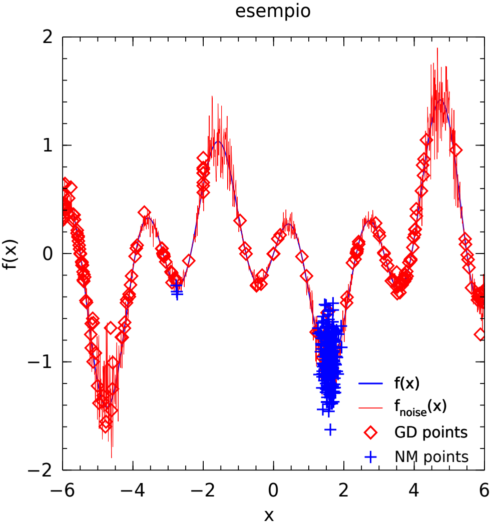


Esempio



200 minimizzazioni a partire da 200 p.ti iniziali random

Esempio



200 minimizzazioni a partire da 200 p.ti iniziali random

Perché?

Supponiamo $f(x)$ sia affetta da rumore additivo quindi

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \epsilon$$

Differenze finite su $\tilde{f}$:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i}(x) &\cong \frac{\tilde{f}(x+\Delta e_i) - \tilde{f}(x)}{\Delta} = \frac{f(x+\Delta e_i) + \epsilon_1 - f(x) - \epsilon_2}{\Delta} \\ &\cong \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta}\end{aligned}$$

Problema: per avere una buona approssimazione devo usare $\Delta \ll 1$ **ma** in questo caso

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \gg 1!!!$$

Perché?

Supponiamo $f(x)$ sia affetta da rumore additivo quindi

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \epsilon$$

Differenze finite su $\tilde{f}$:

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i}(x) \cong \frac{\tilde{f}(x+\Delta e_i) - \tilde{f}(x)}{\Delta} = \frac{f(x+\Delta e_i) + \epsilon_1 - f(x) - \epsilon_2}{\Delta}$$

$$\cong \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta}$$

Problema: per avere una buona approssimazione devo usare $\Delta \ll 1$ **ma** in questo caso

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \gg 1!!!$$

Perché?

Supponiamo $f(x)$ sia affetta da rumore additivo quindi

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \epsilon$$

Differenze finite su $\tilde{f}$:

$$\frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i}(x) \cong \frac{\tilde{f}(x + \Delta e_i) - \tilde{f}(x)}{\Delta} = \frac{f(x + \Delta e_i) + \epsilon_1 - f(x) - \epsilon_2}{\Delta}$$

$$\cong \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta}$$

Problema: per avere una buona approssimazione devo usare $\Delta \ll 1$ **ma** in questo caso

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \gg 1!!!$$

Perché?

Supponiamo $f(x)$ sia affetta da rumore additivo quindi

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \epsilon$$

Differenze finite su $\tilde{f}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i}(x) &\cong \frac{\tilde{f}(x+\Delta e_i) - \tilde{f}(x)}{\Delta} = \frac{f(x+\Delta e_i) + \epsilon_1 - f(x) - \epsilon_2}{\Delta} \\ &\cong \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \end{aligned}$$

Problema: per avere una buona approssimazione devo usare $\Delta \ll 1$ **ma** in questo caso

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \gg 1!!!$$

Perché?

Supponiamo $f(x)$ sia affetta da rumore additivo quindi

$$\tilde{f}(x) = f(x) + \epsilon$$

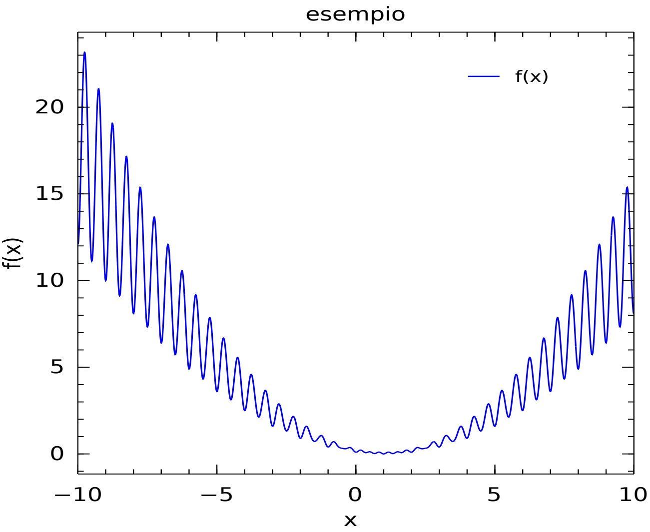
Differenze finite su $\tilde{f}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_i}(x) &\cong \frac{\tilde{f}(x+\Delta e_i) - \tilde{f}(x)}{\Delta} = \frac{f(x+\Delta e_i) + \epsilon_1 - f(x) - \epsilon_2}{\Delta} \\ &\cong \frac{\partial f}{\partial x_i}(x) + \frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \end{aligned}$$

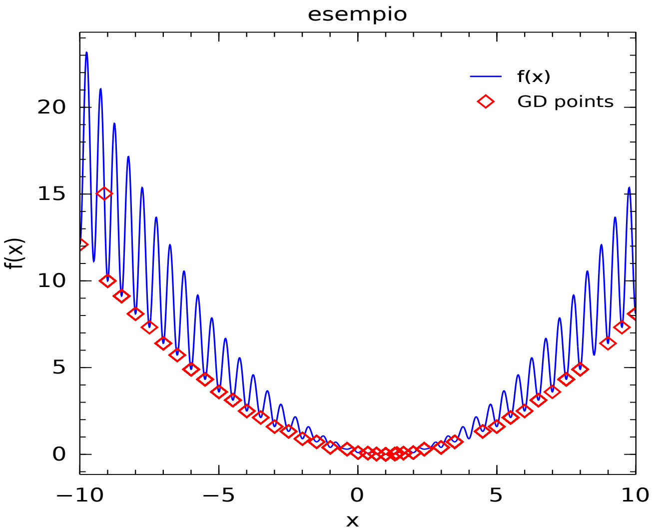
Problema: per avere una buona approssimazione devo usare $\Delta \ll 1$ **ma** in questo caso

$$\frac{\epsilon_1 - \epsilon_2}{\Delta} \gg 1!!!$$

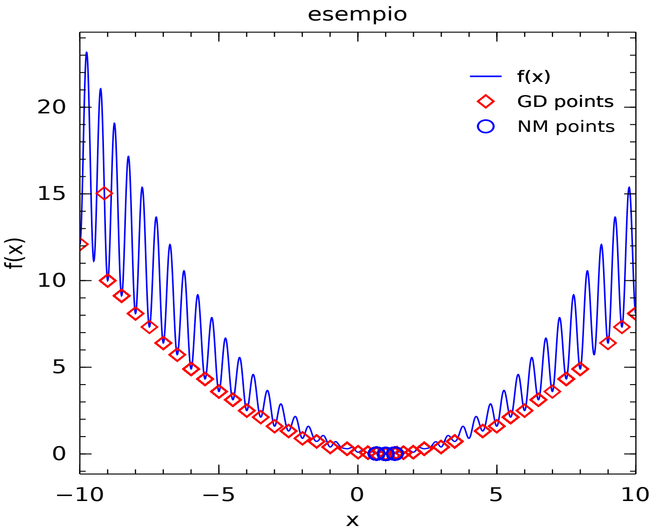
Un altro esempio (no rumore, ma molti minimi locali



Un altro esempio (no rumore, ma molti minimi locali



Un altro esempio (no rumore, ma molti minimi locali



Voi come fareste?

Obiettivo: minimizzare una funzione $f(x)$ di n variabili reali per la quale non è possibile/conveniente utilizzare derivate prime ne di ordine superiore

Algoritmo di Fermi-Metropolis

Voi come fareste?

Obiettivo: minimizzare una funzione $f(x)$ di n variabili reali per la quale non è possibile/conveniente utilizzare derivate prime ne di ordine superiore

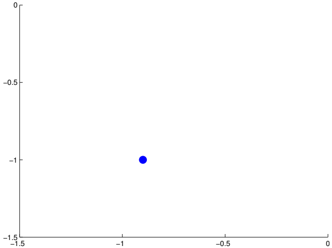
Algoritmo di Fermi-Metropolis

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$

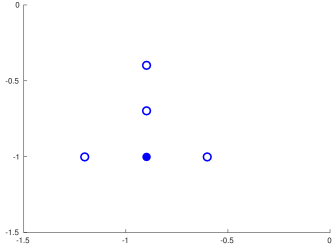


Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

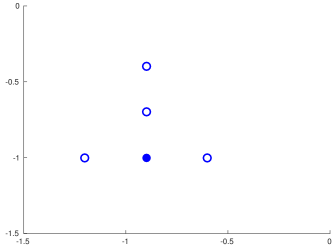
Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	
Nord	6.4948

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	5.0788
Nord	6.4948

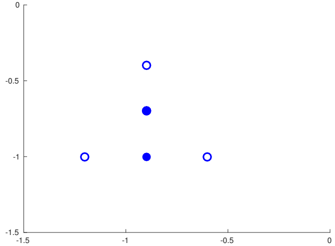
Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti



Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	**5.0788**
Nord	6.4948

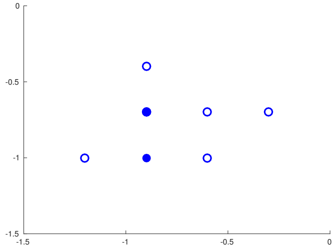
Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti



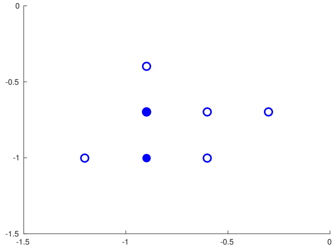
Est	
Est	4.9108

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	2.2048
Est	4.9108

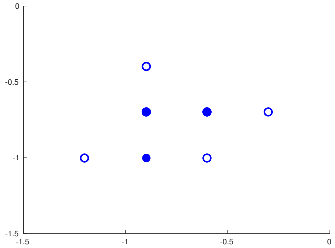
Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x\in\mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti



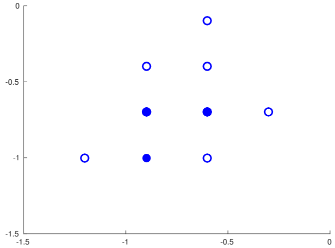
Est	**2.2048**
Est	4.9108

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

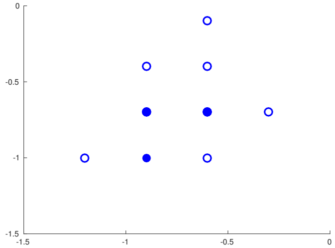
Nord	
Nord	3.3808

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

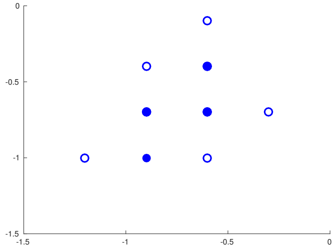
Nord	0.5248
Nord	3.3808

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

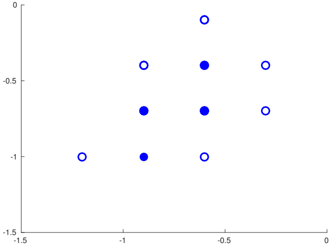
Nord	**0.5248**
Nord	3.3808

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

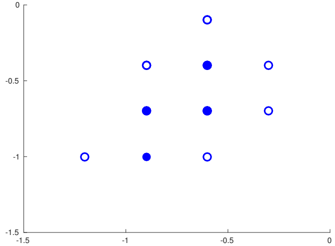
Est	0.5668
Ovest	6.4948
Nord	3.3808
Sud	2.2048

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

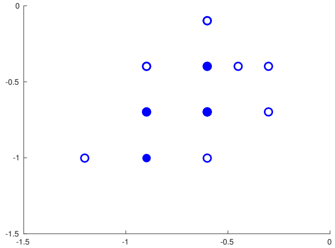
Est	0.5668
Ovest	6.4948
Nord	3.3808
Sud	2.2048

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

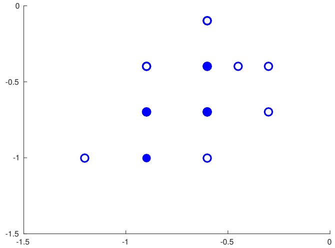
Est	
Est	0.5668

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

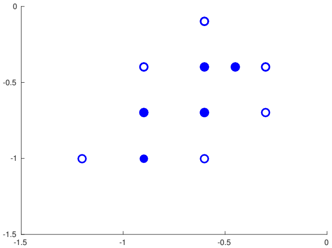
Est	0.0069
Est	0.5668

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$
Calcoliamo $f(x)$ nei punti

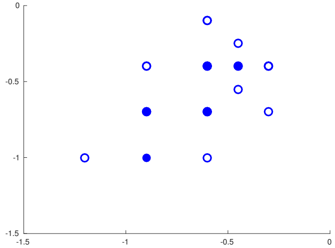


Est	**0.0069**
Est	0.5668

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$



Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$

$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$

Passo corrente: $\Delta = 0.15$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

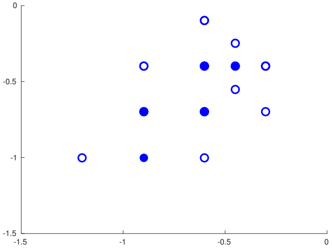
Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$
Calcoliamo $f(x)$ nei punti



Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

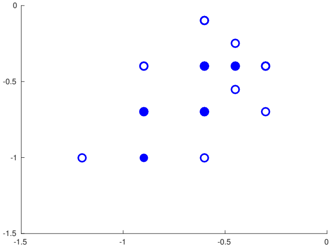
Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x\in\mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.075$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

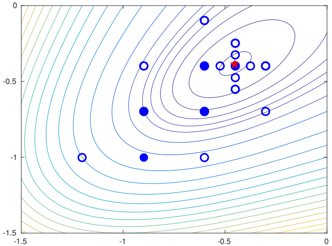


Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

Fermi-Metropolis

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$



Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$

$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$

Passo corrente: $\Delta = 0.075$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.004715	0.018750
0.004715	0.009375
0.000671	0.009375
0.000671	0.004687
0.000033	0.004687
0.000033	0.002344
0.000033	0.001172
0.000005	0.001172
0.000005	0.000586

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, `maxit`

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq$`maxit` **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

$k \leftarrow k + 1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \dots, n$

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then**

  else

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \ldots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then**

  else

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo “Fermi-Metropolis”

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\mathtt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \mathtt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \ldots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else $x \leftarrow \tilde{x}$

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo “Fermi-Metropolis”

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \dots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else $x \leftarrow \tilde{x}$

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, `maxit`

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq$`maxit` **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \ldots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo “Fermi-Metropolis”

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\mathtt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \mathtt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \dots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else $x \leftarrow \tilde{x}$

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \ldots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else $x \leftarrow \tilde{x}$

  end if

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del metodo "Fermi-Metropolis"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, maxit

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq$maxit **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k+1$, $\tilde{x} \leftarrow x$

  for $i = 1, 2, \ldots, n$

    if $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} + \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} + \Delta e_i$ **end while**

    else if $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **then**

      while $f(\tilde{x} - \Delta e_i) < f(\tilde{x})$ **do** $\tilde{x} \leftarrow \tilde{x} - \Delta e_i$ **end while**

    end if

  end for

  if $f(\tilde{x}) = f(x)$ **then** $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  else $x \leftarrow \tilde{x}$

  end if

end while

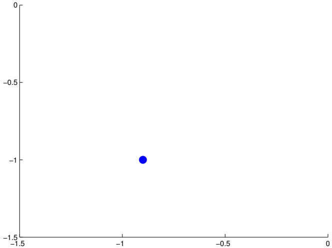
RETURN: x (miglior punto determinato)

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$

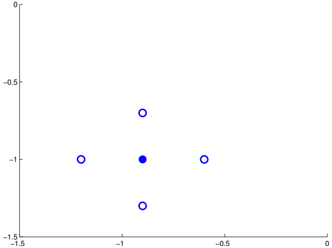


Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

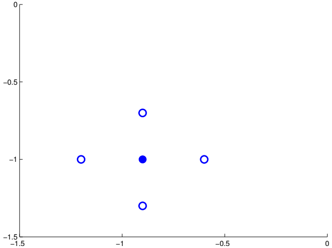
Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	
Sud	29.4628

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto iniziale: $x_0 = (-0.9; -1.0)^\top$
$f(x)$ iniziale: $f(x_0) = 11.3524$
Passo iniziale: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

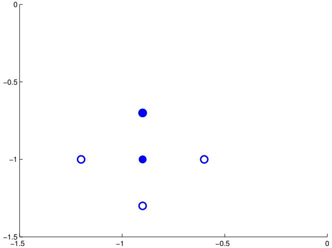
Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	5.0788
Sud	29.4628

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

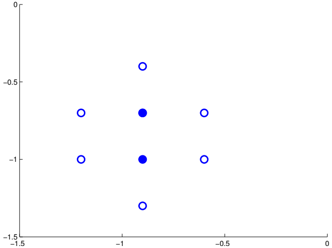
Est	11.7904
Ovest	19.9504
Nord	**5.0788**
Sud	29.4628

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



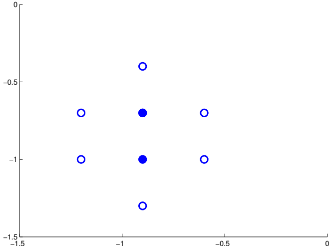
Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	
Ovest	17.4208
Nord	6.4948
Sud	11.3524

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$



Punto corrente: $x_k = (-0.9; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 5.0788$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

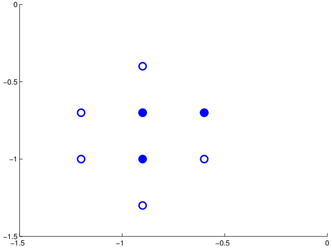
Est	2.2048
Ovest	17.4208
Nord	6.4948
Sud	11.3524

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

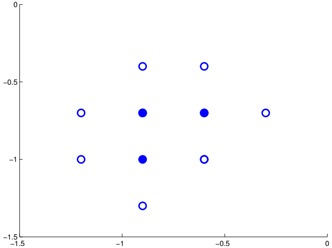
Est	**2.2048**
Ovest	17.4208
Nord	6.4948
Sud	11.3524

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

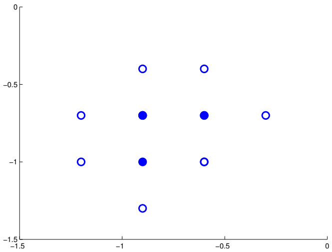
Est	4.9108
Ovest	5.0788
Nord	
Sud	11.7904

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.7)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 2.2048$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

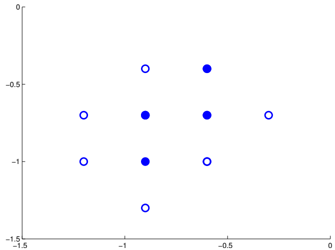
Est	4.9108
Ovest	5.0788
Nord	0.5248
Sud	11.7904

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

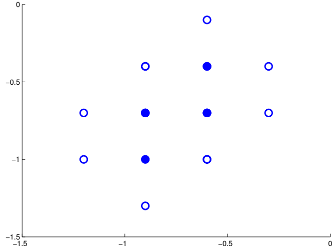
Est	4.9108
Ovest	5.0788
Nord	**0.5248**
Sud	11.7904

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

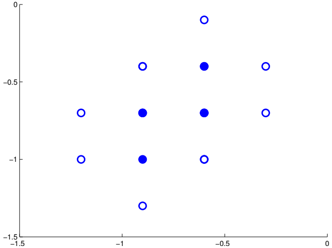
Est	0.5668
Ovest	6.4948
Nord	3.3808
Sud	2.2048

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.3$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

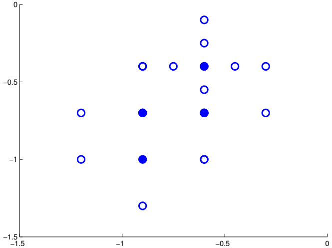
Est	0.5668
Ovest	6.4948
Nord	3.3808
Sud	2.2048

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

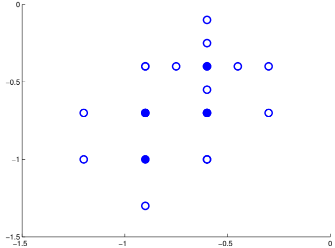
Est	
Ovest	2.5335
Nord	1.5660
Sud	0.6054

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.6; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.5248$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$



Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	0.0069
Ovest	2.5335
Nord	1.5660
Sud	0.6054

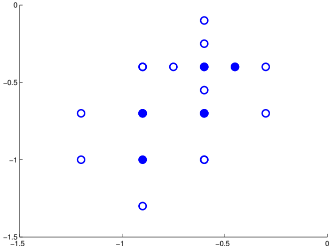
Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti



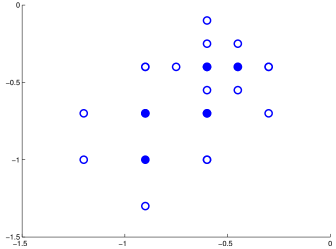
Est	**0.0069**
Ovest	2.5335
Nord	1.5660
Sud	0.6054

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$
Calcoliamo $f(x)$ nei punti



Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

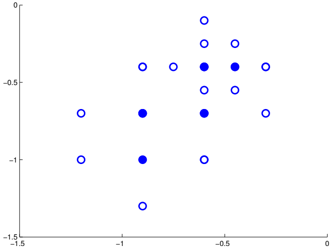
Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.15$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti



Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

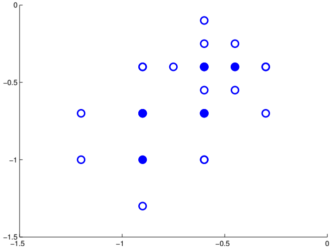
Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$

Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.075$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

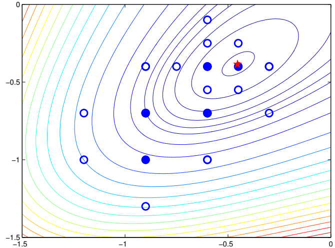


Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

Compass Search

Consideriamo il problema:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} f(x)$$



Punto corrente: $x_k = (-0.45; -0.4)^\top$
$f(x)$ corrente: $f(x_k) = 0.0069$
Passo corrente: $\Delta = 0.075$

Calcoliamo $f(x)$ nei punti

Est	0.5668
Ovest	0.5248
Nord	0.3957
Sud	0.7670

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Ricapitolando

$f(x_k)$	Δ_k
11.352400	0.300000
5.078800	0.300000
2.204800	0.300000
0.524800	0.300000
0.524800	0.150000
0.006925	0.150000
0.006925	0.075000
0.006925	0.037500
0.006925	0.018750
0.000298	0.018750
0.000298	0.009375
0.000298	0.004687
0.000298	0.002344
0.000173	0.002344
0.000054	0.002344
0.000043	0.002344
0.000033	0.002344

Pseudo-code del “compass search”

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \ldots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k + 1$

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del "compass search"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k + 1$

  Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta \bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del "compass search"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k + 1$

  Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta \bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

  if $f(x + \Delta \bar{d}) < f(x)$ **then**

  else

  endif

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del "compass search"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

$k \leftarrow k + 1$

Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta\bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

if $f(x + \Delta\bar{d}) < f(x)$ **then**

$x \leftarrow x + \Delta\bar{d}$

else

$\Delta \leftarrow \Delta/2$

endif

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del "compass search"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\texttt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \texttt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k + 1$

  Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta \bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

  if $f(x + \Delta \bar{d}) < f(x)$ **then**

    $x \leftarrow x + \Delta \bar{d}$

  else

    $\Delta \leftarrow \Delta / 2$

  endif

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del "compass search"

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\mathtt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \le \mathtt{maxit}$ **and** $\Delta \ge \Delta_{min}$ **do**

  $k \leftarrow k + 1$

  Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta\bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

  if $f(x + \Delta\bar{d}) < f(x)$ **then**

    $x \leftarrow x + \Delta\bar{d}$

  else

    $\Delta \leftarrow \Delta/2$

  endif

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Pseudo-code del “compass search”

INPUT: x_0, Δ_0, Δ_{min}, $\mathtt{maxit}$, $D = \{d_i, i = 1, \dots, r\}$

$k \leftarrow 0$, $x \leftarrow x_0$, $\Delta \leftarrow \Delta_0$

while $k \leq \mathtt{maxit}$ **and** $\Delta \geq \Delta_{min}$ **do**

$k \leftarrow k + 1$

Let $\bar{d} \in D$ be s.t. $f(x + \Delta \bar{d}) = \min_{d_i \in D} f(x + \Delta d_i)$

if $f(x + \Delta \bar{d}) < f(x)$ **then**

$x \leftarrow x + \Delta \bar{d}$

else

$\Delta \leftarrow \Delta/2$

endif

end while

RETURN: x (miglior punto determinato)

Implementazione Julia

`http://julialang.org/learning/` – Tutorials

- The Julia Express by Bogomił Kamiński

Implementazione Julia

Fate voi !!