Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2019-20 – 9 Giugno 2020 (modalità online)

prova d'esame

1. (**11 punti**) Si consideri il problema vincolato seguente

$$\begin{aligned} &\max\ x^2 + 3xy \\ &s.t.\ x \geq 1 \\ &\quad\ \ 0 \leq y \leq 1. \end{aligned}$$

(**3 punti**) Scrivere l'espressione di una funzione di penalità esterna $P(x, y, \epsilon)$ associata al problema. Per $\epsilon = 1$, calcolare $P(x, y, 1)$ in corrispondenza dei punti $(0,\ 1)^\top$ e $(0,\ 2)^\top$.

(**2 punti**) Scrivere l'espressione di $\nabla P(x, y, \epsilon)$.

(**3 punti**) Scrivere l'espressione di una funzione Lagrangiana aumentata $L_a(x, y, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; \epsilon)$ associata al problema.

(**3 punti**) Scrivere l'espressione di una funzione con barriera logaritmica $B(x, y, \rho)$ associata al problema. Per $\rho = 2$, calcolare $B(x, y, 2)$ in corrispondenza del punto $(2,\ 1/2)^\top$.

2. (**11 punti**) Si consideri il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} &\max\ x;\ y \\ &s.t.\ x^2 + y^2 \leq 1 \\ &\quad\ \ (x-1)^2 + y^2 \leq 1 \\ &\quad\ \ y \geq 0. \end{aligned}$$

(**3 punti**) Aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id}.

(**4 punti**) Dire, motivando la risposta, se il punto $(x, y) = (1, 0)^\top$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

(**4 punti**) Scrivere il problema che si ottiene con il metodo degli ϵ-vincoli ed in cui si massimizza la seconda funzione obiettivo. Per tale problema (singolo obiettivo), determinare un valore del parametro ϵ che consenta di ottenere una soluzione distinta dal punto $(1/2,\ \sqrt{3}/2)^\top$.

3. (**11 punti**) Dato il problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$\begin{aligned} &\min\ J = \frac{1}{2}\int_0^T \left(\sum_{i=1}^{3} u_i(t)^2\right) dt \\ &\dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_1(t) \\ &\dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_2(t) \\ &\dot{x}_3(t) = x_1(t) + x_2(t) + x_3(t) + u_3(t) \\ &x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\ &x_1(T) = x_2(T) = x_3(T) = 0 \end{aligned}$$

- (**4 punti**) scrivere le condizioni di ottimo per il problema;
- (**4 punti**) scrivere il problema di ottimizzazione nonlineare che si ottiene con una discretizzazione rispetto al tempo con $\Delta T = T/1000$, determinandone le dimensioni (numero di variabili e di vincoli);
- (**3 punti**) assumendo ora che T sia libero, dire se può risultare

$$\sum_{i=1}^{3} u_i(T) = 1$$

motivando la risposta.