Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2015-16 – 22 Giugno 2016

prova d'esame

1. (**8 punti**) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} &\min\ (x-1.5)^2+(y-0.5)^2; (x+0.5)^2+(y-0.5)^2 \\ &s.t.\ 0 \le x \le 1 \\ &\qquad 0 \le y \le 1 \end{aligned}$$

   - aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id};
   - scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ-vincoli, imponendo un vincolo sulla seconda funzione obiettivo con $\epsilon_2 = 1/2$, e risolvere graficamente tale problema;
   - dire, motivando la risposta, se il punto $(x, y) = (1, 0.5)$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

2. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo con T fissato

$$\begin{aligned} &\min\ \frac{1}{2}(x_1(T))^2 + \frac{1}{2}\int_0^T \left(x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u_1(t)^2\right) dt \\ &\dot{x}_1\ (t) = x_2(t) + u_1(t) \\ &\dot{x}_2\ (t) = x_3(t) + u_2(t) \\ &\dot{x}_3\ (t) = -x_1(t) - x_2(t) \\ &x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \end{aligned}$$

   - (**3 punti**) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
   - (**2 punti**) dire perché non è possibile ottenere il controllo ottimo come controreazione dallo stato;
   - (**3 punti**) scrivere il problema di ottimizzazione nonlineare che si ottiene con una discretizzazione rispetto al tempo con $\Delta t = T/1000$, determinandone la dimensione (numero di variabili e numero di vincoli).

3. (**8 punti**) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$\min_{x,y}\ (x-1)^2 + y^2.$$

   Sia $X_0 = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3\}$, con $\mathbf{x}_1 = (0,0)^\top$, $\mathbf{x}_2 = (1,1)^\top$ e $\mathbf{x}_3 = (0,1)^\top$, l'insieme dei punti iniziale dell'algoritmo di Nelder e Mead.

   - Calcolare il centroide $\mathbf{x}_c$ dei punti in X_0.
   - Calcolare il punto di riflessione $\mathbf{x}_r$ (considerando per il parametro di riflessione il valore $\mu_r = 1$) ed il corrispondente valore di funzione obiettivo $f(\mathbf{x}_r)$.
   - Calcolare il punto di espansione $\mathbf{x}_e$ (considerando per il parametro di espansione il valore $\mu_e = 2$) ed il corrispondente valore di funzione obiettivo.
   - Come è composto l'insieme di punti X_1 determinato dall'algoritmo di Nelder e Mead nella sua prima iterazione?

4. (**8 punti**) Scrivere nella sintassi di AMPL il seguente modello lineare

$$\begin{aligned} &\max\ 3x_A + x_B + 6x_C + x_D \\ &s.t.\qquad 2x_B + 4x_C + x_D = 15 \\ &\qquad x_A + 2x_C + x_D \le 2 \\ &\qquad x_A + 7x_B + x_C + 3x_D = 1 \\ &\qquad x_B + 2x_C \ge 5 \\ &\qquad x_A, x_B, x_C, x_D \le 0 \end{aligned}$$

   (*N.B. in fase di valutazione peserà positivamente l'utilizzo di istruzioni* `set`, `param`, `sum`, *nonché l'utilizzo di array mono e bi-dimensionali di parametri, vincoli e variabili*)