

OTTIMIZZAZIONE DEI SISTEMI COMPLESSI

A.A. 2015-16 – 13 Settembre 2016

prova d'esame

1. (8 punti) Nella sintassi di Julia, scrivere una function che:

- i) accetti come unico parametro di ingresso un vettore di numeri (es. \mathbf{x});
- ii) restituisca in uscita il valore della funzione matematica di due variabili

$$f(x_1, x_2) = \max\{x_1^2 + x_2^2, (x_1 - 1)^2 + x_2^2\}.$$

2. (8 punti) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} \min & (x - 1.5)^2 + (y - 1.5)^2; (x + 1)^2 + (y - 1)^2 \\ \text{s.t.} & x + y \leq 2 \\ & -1 \leq x - y \leq 1 \\ & x \geq 0, y \geq 0 \end{aligned}$$

- aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id} ;
- scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ -vincoli, imponendo un vincolo sulla prima funzione obiettivo con $\epsilon_1 = 1/4$;
- dire, motivando la risposta, se il punto $(x, y) = (1, 1)$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

3. (8 punti) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$\min_{x,y} f(x, y),$$

con $f(x, y) = \max\{x^2 + y^2, (x - 1)^2 + y^2\}$.

Siano $\mathbf{x}_0 = (0, 0)^\top$ e $\Delta_0 = 1$, il punto ed il passo iniziali di uno dei metodi (senza derivate) delle coordinate.

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto \mathbf{x}_1 , determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

Siano ora $\mathbf{x}_0 = (0, 0)^\top$ e $\Delta_0 = 0.5$.

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto \mathbf{x}_1 , determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

4. (8 punti) Dato il problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^3 x_i^2(T) \right) \\ \dot{x}_1(t) &= x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_2(t) + x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_1(t) + x_2(t) + u(t) \\ x_1(0) &= x_2(0) = x_3(0) = 1 \end{aligned}$$

- (3 punti) scrivere le condizioni necessarie di ottimalità;
- (2 punto) dire come cambiano le condizioni di ottimalità se il controllo $u(t)$ risulta vincolato:

$$-1 \leq u(t) \leq 1;$$

- (3 punto) dire come cambiano le condizioni di ottimalità se il controllo $u(t)$ risulta vincolato:

$$\int_0^T u(t)^2 dt = 1.$$