

# OTTIMIZZAZIONE DEI SISTEMI COMPLESSI

A.A. 2015-16 – 7 Novembre 2016

prova d'esame

1. (8 punti) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} \min & (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2; (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \\ \text{s.t.} & x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{1}{4} \\ & x_1 + x_2 \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

- aiutandosi anche con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi  $z_{id}$  e i valori delle variabili di decisione che lo determinano;
- scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli  $\epsilon$ -vincoli e mettendo a vincolo la seconda funzione obiettivo;
- determinare un ottimo di Pareto risolvendo il problema degli  $\epsilon$ -vincoli con  $\epsilon_2 = 2$ .

2. (8 punti) Si consideri il seguente problema vincolato:

$$\begin{aligned} \min & (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 \\ \text{s.t.} & x_1^2 + x_2^2 \leq \frac{1}{4} \\ & x_1 + x_2 \leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Con riferimento al problema di sopra,

- scrivere l'espressione della funzione Lagrangiana del problema;
- scrivere l'espressione di una funzione di Penalità sequenziale esterna;
- scrivere l'espressione di una funzione di Penalità interna (o di barriera);
- scrivere l'espressione di una funzione Lagrangiana aumentata (sequenziale);

3. (8 punti) Dato il problema di controllo ottimo, con  $T$  fissato:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} \int_0^T (x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u_1(t)^2 + u_2(t)^2 + u_3(t)^2) dt \\ \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + u_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) + u_2(t) \\ \dot{x}_3(t) &= x_2(t) + u_3(t) \\ x_1(0) &= x_2(0) = x_3(0) = 1 \end{aligned}$$

- (3 punti) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
- (2 punti) dire, motivando la risposta, se si può ottenere il controllo ottimo come controreazione dello stato;
- (2 punto) dire, motivando la risposta, se si può ottenere il controllo ottimo come controreazione dello stato in presenza dell'ulteriore vincolo:

$$\int_0^T u_3(t)^2 dt = 1;$$

- (1 punto) dire quale è la condizione di ottimalità da aggiungere nel caso in cui  $T$  è libero.

segue dietro ...

4. (8 punti) Riordinare il seguente script Julia

<pre>                 push!(NMx,res.minimum)                 push!(NMf,res.f_minimum)             </pre>	<b>1</b>
<pre> problems = cell(0) push!(problems,(McKinnon,2))             </pre>	<b>2</b>
<pre>                 NMx = cell(0)                 NMf = Array{Float64,0}             </pre>	<b>3</b>
<pre>                 for i in 1:50                     start = -10+20*rand(n)                     res = optimize(objfun,start,NelderMead(iterations=10000));                 </pre>	<b>4</b>
<pre>                 else                     return 15*x[1]^2 + x[2] + x[2]^2                 end             end         end     </pre>	<b>5</b>
<pre> for opt_case in problems     objfun = opt_case[1]     n = opt_case[2]         </pre>	<b>6</b>
<pre>                 println(i," ", NMf[end])             end         end     </pre>	<b>7</b>
<pre> using Optim srand(1)             </pre>	<b>8</b>
<pre> function McKinnon(x::Array)     if x[1] &lt;= 0.0         return 150*x[1]^2 + x[2] + x[2]^2     end end             </pre>	<b>9</b>