

OTTIMIZZAZIONE DEI SISTEMI COMPLESSI
A.A. 2015-16 – 30 Gennaio 2017
prova d'esame

1. (8 punti) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$\min_{x,y} (x + 0.5)^2 + (y - 0.5)^2.$$

Siano $\mathbf{x}_0 = (0, 0)^\top$ e $\Delta_0 = 1$, il punto ed il passo iniziali del metodo senza derivate delle coordinate "rivisto".

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto \mathbf{x}_1 , determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

Siano ora $\mathbf{x}_0 = (0, 0)^\top$ e $\Delta_0 = 0.5$.

- Scrivere i punti di tentativo (e relativi valori di funzione) del metodo nella sua prima iterazione.
- Scrivere il punto \mathbf{x}_1 , determinato dal metodo alla fine della prima iterazione.

2. (8 punti) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned} \min & (x - 1)^2 + (y - 1)^2; (x + 1)^2 + (y - 1)^2 \\ \text{s.t.} & -1 \leq x + y \leq 1 \\ & -1 \leq x - y \leq 1 \end{aligned}$$

- aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id} ;
- scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ -vincoli, imponendo un vincolo sulla seconda funzione obiettivo con $\epsilon_2 = 1/2$;
- dire, motivando la risposta, se il punto $(x, y) = (0.5, 0.5)$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

3. (8 punti) Dato il problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2}(x_3(T))^2 + \frac{1}{2} \int_0^T (x_1(t)^2 + 2x_1(t)x_2(t) + x_2(t)^2 + u_1(t)^2 + u_1(t)u_2(t) + u_2(t)^2) dt \\ & \dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_1(t) \\ & \dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_2(t) \\ & \dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + u_3(t) \\ & x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\ & x_2(T) = 0 \end{aligned}$$

- (3 punti) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
- (3 punti) elencare i motivi per cui non è possibile ottenere il controllo ottimo mediante una controreazione dallo stato;
- (2 punti) dire come cambiano le condizioni di ottimalità se deve risultare:

$$\int_0^T u_3(t)^2 dt = 1.$$

4. (8 punti) Nella sintassi di Julia, scrivere una function che:

- i) accetti come unico parametro di ingresso un vettore di numeri (es. \mathbf{x});
- ii) restituisca in uscita il valore della funzione matematica di due variabili

$$f(x_1, x_2) = \max \left\{ x_1^2 + x_2^2, (x_1 - 3)^2 + x_2 \right\}.$$