Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2015-16 – 7 Aprile 2017

prova d'esame

1. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo:

$$
\begin{aligned}
&\min\ \frac{1}{2}\int_0^T \left(4x_1(t)^2 + t^2x_2(t)^2 + e^{-t}u(t)^2\right) dt\\
&\dot{x}_1(t) = \frac{2}{t+1}x_2(t)\\
&\dot{x}_2(t) = x_3(t)\\
&\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - tx_2(t) + (t+1)x_3(t) + u(t)\\
&x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1
\end{aligned}
$$

- (**3 punti**) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
- (**2 punti**) scrivere l'equazione differenziale di Riccati:
- (**1 punto**) dire a quante equazioni differenziali indipendenti dà luogo l'equazione di Riccati;
- (**2 punti**) dire se per $T \to \infty$ l'equazione di Riccati ha una soluzione costante.

2. (**8 punti**) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$
\begin{aligned}
&\min\ (x-2)^2 + (y-0.5)^2; (x+1)^2 + (y-1)^2\\
&s.t.\ x + y \leq 2\\
&\quad -1 \leq x - y \leq 1\\
&\quad x \geq 0,\ y \geq 0
\end{aligned}
$$

- aiutandosi con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id};
- scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ-vincoli, imponendo un vincolo sulla seconda funzione obiettivo con $\epsilon_2 = 1/3$;
- dire, motivando la risposta, se il punto $(x, y) = (1.5, 0.5)$ è un punto di KKT del problema multiobiettivo.

3. (**8 punti**) Nella sintassi di `Julia`, scrivere una `function` che:

   i) accetti come parametri di ingresso tre numeri (es. `x`, `y` e `z`);

   ii) restituisca in uscita:

$$
\begin{array}{ll}
\max\{x^2 + y^2,\ (x-1)^2 + y^2\} & \text{se } z > 0,\\
x^3 + 3x^2y & \text{se } z \leq 0.
\end{array}
$$

4. (**8 punti**) Si consideri il problema non vincolato seguente:

$$
\min_{x,y}\ (x-2)^2 + y^2,
$$

e sia $X_0 = \{(-1; 0),\ (0; 1),\ (1; -1)\}$ il simplesso iniziale del metodo di Nelder&Mead.

- Calcolare i punti x_r, x_e, x_{oc}, x_{ic} eventualmente usati dal metodo nella sua prima iterazione.
- Eseguendo una iterazione completa del metodo, determinare l'insieme X_1.