Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2016-17 – 15 Settembre 2017

prova d'esame

1. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema multiobiettivo:

$$
\begin{aligned}
\min\ & x;\ -y \\
s.t.\ & x^2 + y^2 \geq 1 \\
& x - y + 1 \geq 0 \\
& x + y - 3 \leq 0 \\
& y \geq 0
\end{aligned}
$$

   - Rappresentare sul piano cartesiano la regione ammissibile del problema e, aiutandosi con tale rappresentazione, determinare il vettore ideale degli obiettivi z^{id}.
   - Dire, motivando la risposta, se il problema multiobiettivo è convesso.
   - Scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ-vincoli in cui si minimizza la seconda funzione obiettivo. Determinare inoltre un valore del parametro ϵ che consenta di ottenere una soluzione differente dai punti $(0,\ 1)^\top$ e $(1,\ 2)^\top$.

2. (**8 punti**) Nella sintassi di `Julia`, scrivere una funzione/sottoprocedura che, avendo in ingresso un intero `a` ed un reale `x`, restituisca in uscita il valore $\mathtt{x}^{|\mathtt{a}|}$.

3. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$
\begin{aligned}
\min\ & \frac{1}{2}(x_3(T))^2 + \frac{1}{2}\int_0^T \left(x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u_1(t)^2 + u_2(t)^2\right) dt \\
& \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\
& \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\
& \dot{x}_3(t) = -x_1(t)^2 - x_2(t)^2 - x_3(t)^2 + u_1(t) + u_2(t) \\
& x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\
& x_1(T) = x_2(T) = 0 \\
& -1 \leq u_1(t) \leq 1
\end{aligned}
$$

   - (**3 punti**) scrivere le condizioni necessarie di ottimo date dal principio del massimo;
   - (**3 punti**) elencare <u>tutti</u> i motivi per cui non è possibile una soluzione a controreazione;
   - (**2 punti**) dire come cambiano le condizioni se il vincolo su u_1 cambia in $\int_0^T (u_1(t))^2 dt = T$.

4. (**8 punti**) Si consideri il problema vincolato seguente

$$
\begin{aligned}
\max\ & 8x + y^2 + 3y \\
s.t.\ & x \geq 0 \\
& x^2 + y^2 \leq 2 \\
& x + y \leq 0.
\end{aligned}
$$

   - Scrivere l'espressione di una funzione di penalità esterna $P(x, y, \epsilon)$ e calcolarne il valore quando $\epsilon = 2$ in corrispondenza del punto $(4,\ 0)^\top$.
   - Scrivere l'espressione di una funzione di barriera logaritmica $B(x, y, \rho)$ e calcolarne il valore quando $\rho = 2$ in corrispondenza del punto $(1/2,\ -1)^\top$. Per $\rho = 2$, calcolare $B(x, y, 2)$ in corrispondenza del punto $(2,\ 1/2)^\top$.
   - Scrivere l'espressione di una funzione Lagrangiana aumentata $L_a(x, y, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3; \epsilon)$ associata al problema e calcolarne il valore quando $\epsilon = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 1$ in corrispondenza del punto $(4,\ 0)^\top$.