# Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

## A.A. 2016-17 – 19 Ottobre 2017

prova d'esame

1. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema multiobiettivo:

$$\begin{array}{l} \min \ f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x) \\ s.t. \ x \in \mathcal{F} \end{array} \tag{MOP}$$

con $\mathcal{F}$ sottoinsieme convesso compatto di $\mathbb{R}^n$ tale che $\mathcal{F} \neq \emptyset$.

- Dire, motivando la risposta, se il Problema (MOP) può avere ottimi deboli di Pareto che non sono ottimi di Pareto.
- Dire, motivando la risposta, se il problema (MOP) può avere ottimi di Pareto che non sono ottimi deboli di Pareto.
- Sia $x^{*,1}$ tale che
$$x^{*,1} \in \arg \text{glob} \min_{x \in \mathcal{F}} f_1(x).$$
Dire, motivando la risposta, se il punto $x^{*,1}$ è anche ottimo di Pareto del Problema (MOP).
- Sia $\bar{x} \in \mathcal{F}$ e $y \in \mathcal{F}$ tale che $\nabla f_i(\bar{x})^\top (y - \bar{x}) < 0$ per ogni $i = 1, \dots, k$. Dire, motivando la risposta, se il punto $\bar{x}$ è ottimo secondo Pareto del Problem (MOP).

2. (**8 punti**) Il problema di controllo ottimo a tempo discreto

$$\begin{array}{l} \min \ J = \dfrac{1}{2} x_1(1000)^2 + \dfrac{1}{2} \displaystyle\sum_{k=0}^{999} \left[ x_1(k)^2 + x_2(k)^2 + u_1(k)^2 + u_2(k)^2 + u_3(k)^2 \right] \\ x_1(k+1) = x_1(k) + x_2(k) + x_3(k) + u_1(k) \\ x_2(k+1) = x_1(k) + x_3(k) + u_2(k) \qquad\qquad k = 0, \dots, 999 \\ x_3(k+1) = x_1(k) + x_2(k) + 2x_3(k) + u_3(k) \\ x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\ x_2(1000) = x_3(1000) = 0 \\ -1 \leq u_1(k) \leq 1, \qquad\qquad k = 0, \dots, 999 \end{array}$$

deriva dalla discretizzazione di un problema a tempo continuo con $T$ fissato, con $N = T/\Delta T = 1000$ e $\Delta T = 1$.

- (**3 punti**) Determinare il problema di controllo ottimo a tempo continuo che ha dato luogo alla discretizzazione.
- (**3 punti**) Scrivere le condizioni di ottimalità del problema a tempo continuo;
- (**2 punti**) Scrivere due motivi per cui il controllo ottimo del problema a tempo continuo non può essere ottenuto in controreazione.

3. (**8 punti**) Si consideri il problema vincolato seguente

$$\begin{array}{l} \min \ x^3 \\ s.t. \ -1 \leq x \leq 1. \end{array}$$

- Scrivere l'espressione di una funzione di penalità esterna $P(x, \epsilon)$ continuamente differenziabile e del suo gradiente $\nabla P(x; \epsilon)$.
- Quando $x_0 = -2$ ed $\epsilon = \ \ 1$, calcolare $\bar{x} = x_0 - \nabla P(x_0; \epsilon)$, $f(\bar{x})$ e $P(\bar{x}; \epsilon)$.
- Quando $x_0 = -2$ ed $\epsilon = 0.1$, calcolare $\bar{x} = x_0 - \nabla P(x_0; \epsilon)$, $f(\bar{x})$ e $P(\bar{x}; \epsilon)$.

4. (**8 punti**)Dato il seguente script Julia

```
            if f(y+delta*d) < f(y)
                y = y+delta*d
            end
        end
```
1

```
            if f(z) < f(y)
                x = z
            else
```
2

```
    for i = 1:iterazione_max
        if delta <= delta_min
            break
```
3

```
        end
    end
    return x
end
```
4

```
        end #if
        y = x
        for d in D
```
5

```
                if f(z+(delta*d)) < f(z)
                    z = z+(delta*d)
end
            end
```
6

```
                x = y
            end
        else
            delta=0.5*delta
```
7

```
        if f(y) < f(x)
            z = y+(y-x)
            for d in D
```
8

```
function HeJ(x_0, D, delta_0, delta_min, iterazione_max, f)
    x = x_0
    delta = delta_0
```
9

Scrivere nelle caselle la sequenza di blocchi che consente di ottenere un codice perfettamente funzionante:

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|