Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2017-18 – 19 Giugno 2018

prova d'esame

1. (**8 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{aligned} &\min\ (x+4)^2 \\ &s.t.\ x \geq y^2 \\ &\quad\ (x-4)^2 + y^2 \geq 4 \end{aligned} \tag{1}$$

   - evidenziare sul piano cartesiano la regione ammissibile e risolvere graficamente il problema;
   - dire, motivando la risposta, se il problema è convesso;
   - determinare i punti che soddisfano le condizioni di KKT;

2. (**8 punti**) Dato il problema con più obiettivi

$$\begin{aligned} &\min\ -x;\ y \\ &s.t.\ x^2 + y^2 \leq 4 \\ &\quad\ x - y \geq 0 \\ &\quad\ x + y \geq 0 \end{aligned}$$

   - aiutandosi con una rappresentazione grafica, determinare il vettore ideale z^{id} degli obiettivi e le soluzioni ammissibili x_1^{id} e x_2^{id} che lo determinano;
   - determinare almeno una soluzione di Pareto distinta dalle soluzioni x_1^{id} e x_2^{id} utilizzando il metodo degli ϵ-vincoli e risolvendo graficamente il problema scalarizzato.

3. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo, con T fissato:

$$\begin{aligned} &\min\ \frac{1}{2}(x_1(T))^2 + \frac{1}{2}\int_0^T \left(x_1(t)^2 + x_2(t)^2 + u_1(t)^2\right) dt \\ &\dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_1(t) \\ &\dot{x}_2(t) = x_3(t) + \sin u_2(t) \\ &\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_2(t) + u_3(t) \\ &x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\ &-90^\circ \leq u_2(t) \leq 90^\circ \end{aligned}$$

   - (**3 punti**) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
   - (**2 punti**) elencare tutti i motivi per cui non è possibile ottenere il controllo ottimo come controreazione dallo stato;
   - (**3 punti**) scrivere il problema di ottimizzazione nonlineare che si ottiene con una discretizzazione rispetto al tempo con $\Delta T = T/1000$, determinandone le dimensioni (numero di variabili e di vincoli).

4. (**8 punti**) Con riferimento al problema (1)

   - Scrivere l'espressione di una funzione di penalità sequenziale esterna $P(x, y; \epsilon)$ e le formule di stima dei moltiplicatori di KKT;
   - Scrivere l'espressione di una funzione Lagrangiana aumentata $L_a(x, y, \lambda_1, \lambda_2; \epsilon)$ e le formule di aggiornamento dei moltiplicatori di KKT.