Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2018-19 – 23 Gennaio 2020

prova d'esame

1. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo con T libero

$$\begin{aligned}
&\min\ \frac{1}{2}(x_3(T))^2 + \frac{1}{2}\int_0^T \left(x_1(t)^2 + 2x_1(t)x_2(t) + x_2(t)^2 + u_1(t)^2 + u_1(t)u_2(t) + u_2(t)^2\right) dt \\
&\dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_1(t) \\
&\dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_2(t) \\
&\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + u_3(t) \\
&x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\
&x_2(T) = 0
\end{aligned}$$

   (a) (**3 punti**) scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;

   (b) (**3 punti**) elencare tutti i motivi per cui non è possibile ottenere il controllo ottimo mediante una controreazione dallo stato;

   (c) (**2 punti**) dire come cambiano le condizioni di ottimalità se deve risultare:

$$\int_0^T u_2(t)^2 dt = 1.$$

2. (**8 punti**) Dato il problema di PNL

$$\begin{aligned}
&\min\ (x-2)^2 + y^2 \\
&s.t.\ y - \sqrt{2}x^2 \leq 0 \\
&\quad\ \ y^2 + x^2 - 1 \leq 0
\end{aligned}$$

   (a) (**2 punti**) Rappresentare sul piano cartesiano la regione ammissibile del problema e stabilire se la medesima è convessa.

   (b) (**2 punti**) Motivare l'esistenza di una soluzione globale e determinarla per via grafica.

   (c) (**4 punti**) Determinare analiticamente tutti i punti di KKT del problema.

3. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema multiobiettivo:

$$\begin{aligned}
&\min\ (x-1)^2 + y^2,\ x^2 + (y-1)^2 \\
&s.t.\ x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 1
\end{aligned} \tag{MOP}$$

   (a) (**2 punti**) scrive le condizioni di ottimalità di KKT;

   (b) (**2 punti**) nel punto $(0,\ 0)^\top$ determinare una direzione che sia di discesa per entrambe le funzioni obiettivo;

   (c) (**4 punti**) determinare almeno un punto di KK del problema (con i rispettivi moltiplicatori di funzioni obiettivo e vincoli).

4. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema non vincolato

$$\min\ (x-3)^2 + (y-1)^2$$

   e l'insieme di punti $X_0 = \{(0,0)^\top, (0,1)^\top, (-1,0)^\top\}$.

   (a) (**2 punti**) Stabilire se la direzione $\overline{d}^\top = (0,0)^\top - (-1,0)^\top$ è di discesa per la funzione obiettivo.

   (b) (**3 punti**) Dal migliore tra i punti dell'insieme X_0, applicare una iterazione del metodo compass search (debole).

   (c) (**3 punti**) Eseguire una iterazione del metodo Nelder&Mead esplicitando i ragionamenti che portano alla determinazione dell'insieme X_1.