Ottimizzazione dei Sistemi Complessi

A.A. 2018-19 – 18 Febbraio 2020

prova d'esame

1. (**8 punti**) Dato il problema di controllo ottimo con T fissato:

$$\begin{aligned}
&\min \int_0^T \left(x_1(t)^2 + 2x_1(t)x_2(t) + x_2(t)^2 + u_1(t)^2 + u_1(t)u_2(t) + u_2(t)^2\right) dt \\
&\dot{x}_1(t) = x_2(t) + u_1(t) \\
&\dot{x}_2(t) = x_3(t) + u_2(t) \\
&\dot{x}_3(t) = -x_1(t) - x_2(t) - x_3(t) + u_3(t) \\
&x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 1 \\
&x_1(T) = x_2(T) = x_3(T) = 0
\end{aligned}$$

- **(2 punti)** Dire, motivando la risposta, se è possibile ottenere il controllo ottimo mediante controreazione dallo stato;
- **(2 punti)** scrivere le condizioni di ottimalità del principio del massimo;
- **(1 punto)** scrivere l'ulteriore condizione necessaria che si otterrebbe se il tempo finale T fosse libero;
- **(3 punti)** nel caso T fissato, dire come cambiano le condizioni di ottimalità se deve risultare

$$\int_0^T u_1(t)^2 dt = \int_0^T u_2(t)^2 dt = \int_0^T u_3(t)^2 dt.$$

2. (**8 punti**) Dato il problema multiobiettivo seguente

$$\begin{aligned}
&\min\ (x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2; (x_1 + 1)^2 + x_2^2 \\
&s.t.\ x_1 + x_2 \leq \tfrac{1}{2} \\
&\qquad x_1^2 + x_2^2 \leq \tfrac{1}{4}
\end{aligned}$$

- **(3 punti)** aiutandosi anche con una rappresentazione grafica del problema, determinare il vettore ideale degli obiettivi z_{id} e i valori delle variabili di decisione che lo determinano;
- **(2 punti)** scrivere il problema che si ottiene applicando il metodo degli ϵ-vincoli e mettendo a vincolo la seconda funzione obiettivo;
- **(3 punti)** determinare per via grafica un ottimo del problema degli ϵ-vincoli con $\epsilon_2 = 2$.

3. (**8 punti**) Si consideri il seguente problema vincolato:

$$\begin{aligned}
&\min\ (x_1 - 1)^2 + x_2^2 + 2x_1x_2 \\
&s.t.\ x_1^2 + x_2^2 \leq \tfrac{1}{4} \\
&\qquad x_1 + x_2 \leq \tfrac{1}{2}
\end{aligned}$$

Con riferimento al problema di sopra,

- **(2 punti)** rappresentare graficamente la regione ammissibile del problema;
- **(4 punti)** determinare tutti i punti di KKT del problema;
- **(2 punti)** determinare analiticamente il punto di minimo globale del problema;

4. (**8 punti**) Con riferimento al problema dell'esercizio 3,

- **(2 punti)** scrivere l'espressione di una funzione di penalità esterna (sequenziale);
- **(3 punti)** scrivere l'espressione di una funzione di penalità interna (barriera);
- **(3 punti)** scrivere l'espressione di una funzione Lagrangiana aumentata (sequenziale);